Resumen de fórmulas

[62.03] Física II A

2do Cuatrimestre 2010

Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ingeniería

Autor: Bernardo Ortega Moncada

Versión 2.0

Índice

1. Prólogo

Este apunte esta orientado para unificar todas las fórmulas vistas en esta materia. No tiene calidad de apunte teórico aunque en algunos temas se introduce mas teoría para facilitar su comprensión y/o recordar algunos conceptos importantes.
No está de más aclarar al lector, que este resumen fue escrito teniendo en cuenta que se tienen bien los conceptos de dicha materia, lo cual, reiterando una vez mas, no es un apunte teórico.

Primera Parte de la Materia

2. Electrostática en el vacío

2.1. Fuerza Electrostática - Ley de Coulomb

Son fuerzas de origen eléctrico debido a distribuciones de cargas, dichas fuerzas pueden ser de atracción o repulsión.
Se van a analizar 4 distribuciones de cargas distintas:

- **Distribuciones puntuales de carga**
- **Distribuciones lineales de carga**
- **Distribuciones superficiales de carga**
- **Distribuciones volumétricas de carga**

2.1.1. Distribuciones puntuales de carga

La fuerza electrostática para esta distribución es:

- $\vec{F}_{ji} = \sum_{i=1, i\neq j}^{N} K q_j q_i \frac{\vec{r_j} - \vec{r_i}}{|\vec{r_j} - \vec{r_i}|^3}$

2.1.2. Distribuciones lineales de carga

La fuerza electrostática para esta distribución es:

- $\vec{F}_{q_0} = \int_C K q_0 \underbrace{\lambda(\vec{r'})\, dl}_{dq} \frac{\vec{r} - \vec{r'}}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}$

2.1.3. Distribuciones superficiales de carga

La fuerza electrostática para esta distribución es:

- $\vec{F}_{q_0} = \iint_S K q_0 \underbrace{\sigma(\vec{r'})\, dS}_{dq} \frac{\vec{r} - \vec{r'}}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}$

2.1.4. Distribuciones volumétricas de carga

La fuerza electrostática para esta distribución es:

- $\vec{F}_{q_0} = \iiint_V K q_0 \underbrace{\rho(\vec{r'})\, dV}_{dq} \frac{\vec{r} - \vec{r'}}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}$

2.1.5. Observación

- $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

2.2. Energía almacenada en distribuciones de cargas puntuales

- $W = \dfrac{1}{2}\sum_i \sum_j \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q_i Q_j}{|\vec{r}_{ij}|}$ con $i \neq j$

2.3. El Campo Electrostático - Ley de Coulomb

Se define al campo eléctrico como la fuerza eléctrica actuante por unidad de carga, es decir:

- $\vec{E}(\vec{r}) = \lim\limits_{q_0 \to 0} \dfrac{\vec{F}(\vec{r})}{q_0}$

Así como se analizaron cuatro distribuciones de cargas para la **fuerza electrostática**, lo mismo se realiza para el **campo eléctrico**.

2.3.1. Distribuciones puntuales de carga

El campo eléctrico para esta distribución es:

- $\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i \dfrac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}$

2.3.2. Distribuciones lineales de carga

El campo eléctrico para esta distribución es:

- $\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_C \underbrace{\lambda(\vec{r'})\,dl}_{dq}\,\dfrac{\vec{r}-\vec{r'}}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}$

2.3.3. Distribuciones superficiales de carga

El campo eléctrico para esta distribución es:

- $\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint\limits_S \underbrace{\sigma(\vec{r'})\,dS}_{dq}\,\dfrac{\vec{r}-\vec{r'}}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}$

2.3.4. Distribuciones superficiales de carga

El campo eléctrico para esta distribución es:

- $\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint\limits_V \underbrace{\rho(\vec{r'})\,dV}_{dq}\,\dfrac{\vec{r}-\vec{r'}}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}$

2.4. El flujo del campo eléctrico - La Ley de Gauss

- $\phi_E = \oiint\limits_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{\sum Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

- $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

2.5. El trabajo de las fuerzas eléctricas

- $W_{partida-llegada} = \int_{partida}^{llegada} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{partida}^{llegada} -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$

2.6. La diferencia de potencial

La diferencia de potencial es el trabajo que realiza la fuerza eléctrica por unidad de carga, desde un punto de referencia hasta el punto de llegada

- $V(\vec{r}) - V(\vec{r}_{ref}) = \dfrac{W_{\vec{r},\vec{r}_{ref}}}{q_0} = -\int_{\vec{r}_{ref}}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$
- $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

2.6.1. Otra forma para calcular la diferencia de potencial

La siguiente fórmula solo sirve para distribuciones de cargas acotadas (es decir no infinitas) y se calcula la diferencia de potencial en cualquier punto del espacio tomando la referencia en el **infinito** y cuyo valor es cero

- $V_r = \int_{\forall Q} \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (\vec{r} - \vec{r}')}$

3. Conductores

1. En condiciones electrostáticas, es decir en aquellas que las cargas no se mueven. El campo eléctrico en el interior del metal conductor, por experiencia es **NULO**
2. Las cargas del conductor tienen que estar en la superficie, no puede estar en el seno (interior) del mismo
3. Los objetos metálicos (conductores) solo pueden ser cargados por medio de una pila (u otro dispositivo que realice un trabajo para mover cargas)
4. El flujo del campo eléctrico dentro del conductor en condiciones electrostáticas es **SIEMPRE NULO**, es decir: $\phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$
5. Los campos eléctricos externos al conductor con la presencia del mismo, se ve modificado
6. Las lineas de campo del E_{ext} siempre entran y salen de forma perpendicular, por lo tanto, el conductor es una superficie (o volumen) equipotencial (como lo indica la Figura 1):

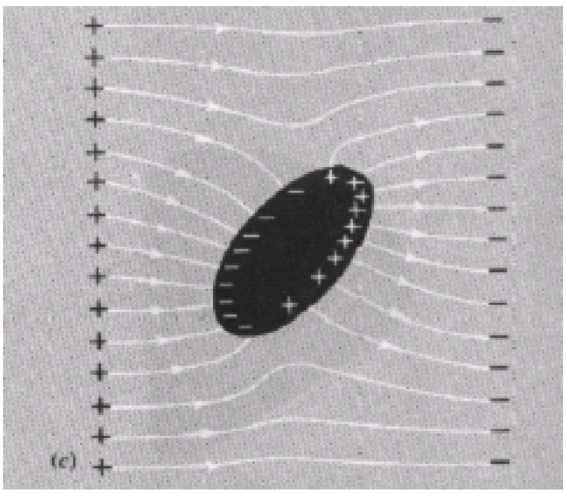

Figura 1: Lineas de campo deformadas por un conductor

7. Todo punto de un conductor esta sometido a una misma diferencia de potencial, es decir, que la diferencia de potencial en cualquier punto interno con respecto a una referencia es constante

4. Dieléctricos

Anteriormente se vieron las características de un conductor y que pasaba con el E y ΔV en su interior. Ahora se pasa a analizar que pasa cuando en vez de tener vacío, se obtiene un material aislante, mejor conocido como dieléctrico.

Como bien se dijo un dieléctrico es un material aislador. Faraday descubrió que los materiales aisladores eran afectados por los campos eléctricos a pesar de que no podía haber conducción. Para asegurar esto, faraday se baso en el siguiente hecho experimental:

1. Cargaba un capacitor vacío estableciendo una V_0 entre placas
2. Retiraba la batería y colocaba un aislante entre las placas (en todo el espacio entre placas)
3. Medía el voltaje y; la diferencia de potencial entre placas siempre resulto menor que la diferencia de potencial de la pila

Este fenómeno ocurre ya que en el vació el $\overrightarrow{E}_{neto} = \overrightarrow{E}_{ext}$ con lo cual: la $\Delta V = V_{pila}$, pero ahora cuando se introduce un material aislante, lo que ocurre en forma microscópica es que los átomos del material se "polarizan". ¿Qué quiere decir esto?. Quiere decir que los átomos del material aislante inducen cargas en las paredes interiores del conductor, que son conocidas como "Cargas de Polarización" Estas cargas son siempre superficiales (σ_P) salvo algunos casos que pueden ser volumétricas (ρ_p).

Dichas cargas generan un campo eléctrico interno $\overrightarrow{E}_{int}$ tal que es de menor módulo y sentido opuesto al E_{ext}, lo que genera disminución al $\overrightarrow{E}_{neto}$, ya que $\overrightarrow{E}_{neto} = \overrightarrow{E}_{ext} - \overrightarrow{E}_{int}$

- El $\overrightarrow{E}_{ext}$ se lo simboliza con la letra $\overrightarrow{D}$ y se lo llama **Vector de Desplazamiento**
- El $\overrightarrow{E}_{int}$ se lo simboliza con la letra $\overrightarrow{P}$ y se lo llama **Vector de Polarización**
- El $\overrightarrow{E}_{neto}$ se lo simboliza con la letra $\overrightarrow{E}$ y se lo llama **Campo Eléctrico**

Aplicando la Ley de Gauss para $\overrightarrow{D}$ y $\overrightarrow{P}$ tenemos que:

- $\phi_D = \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum Q_{libres}$
- $\phi_P = \oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\sum Q_{polarizacion}$
- $\phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{\sum Q_{libre} + \sum Q_{polarizacion}}{\varepsilon_0}$

4.1. Relaciones

1. $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$
2. $\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0 \vec{E}$
3. $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_l$
4. $\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = \rho_p$
5. $\vec{D} \cdot \breve{n} = \sigma_l$
6. $\vec{P} \cdot \breve{n} = \sigma_p$

4.2. Pasos para resolver problemas con Dieléctricos

1. Calcular $\vec{D}$ por medio de la Ley de Gauss $\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum Q_{libres}$
2. Calculo $\vec{E}$ por medio de la relación $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \Longrightarrow \vec{E} = \dfrac{\vec{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$
3. Conocido $\vec{D}$ y $\vec{E}$ calculo $\vec{P}$ por medio de la relación $\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0 \vec{E}$
4. Conocido $\vec{P}$ calculo Q_p aplicando la Ley de Gauss $\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\sum Q_{polarizacion}$
5. Conociendo $\vec{E}$ calculo $V(\vec{r}) - V(\vec{r}_{ref}) = -\int_{\vec{r}_{ref}}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

4.3. Energía del campo eléctrico

- $U = \dfrac{1}{2} \iiint_V E \cdot D \, dV$

5. Circuitos en Corriente Continua en Régimen Permanente

5.1. Corriente

- $I = \dfrac{dQ}{dt}$
- **Densidad Superficial de Corriente:** $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$, σ = Conductividad (es propia del material)

5.2. Resistividad

- $R = \int_C \dfrac{\rho \cdot dl}{S(l)} \approx \dfrac{\rho \cdot l}{S(l)}$

5.3. Simbología Circuital

5.3.1. Batería o Pila (V)

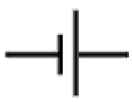

Figura 2: Pila

$$V = V_{pila}$$

5.3.2. Resistencia (R)

Figura 3: Resistencia

$$V_R = I \cdot R \text{ “Ley de Ohm”}$$

5.3.3. Capacitor (C)

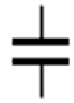

Figura 4: Capacitor

$$V_C = \frac{Q}{C}$$

5.4. Energía de un Capacitor

- $\mathcal{E} = \frac{1}{2}C \cdot \Delta V^2 = \frac{Q^2}{2C}$

5.5. Potencia de una resistencia

- $P = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$

5.6. Potencia de una pila

- $P = I \cdot V$

5.7. Leyes de Kirchhoff

5.7.1. Primera Ley de Kirchhoff

Esta ley también es llamada ley de nodos o primera ley de Kirchhoff. En cualquier nodo, la suma de la corriente que entra en ese nodo es igual a la suma de la corriente que sale. De igual forma, La suma algebraica de todas las corrientes que pasan por el nodo es igual a cero.

- $\sum_{k=1}^{n} I_k = I_1 + I_2 + I_3 \cdots + I_n = 0$

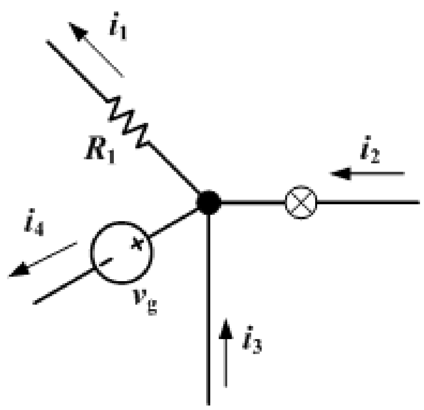

Figura 5: Primera Ley de Kirchhoff

Para el ejemplo de la Figura 5, dicha ley queda expresada como:

- $-I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$

  <u>*Convención:*</u> Las corrientes entrantes en el Nodo se las consideran positivas y las corrientes salientes al mismo negativas

5.8. Segunda Ley de Kirchhoff

Esta ley es llamada también **ley de tensiones de Kirchhoff** ó **ley de lazos de Kirchhoff**. En toda malla la suma de todas las caídas de tensión es igual a la tensión total suministrada. De forma equivalente, En toda malla la suma algebraica de las diferencias de potencial eléctrico es igual a 0.

- $\sum_{k=1}^{n} V_k = V_1 + V_2 + V_3 \cdots + V_n = 0$

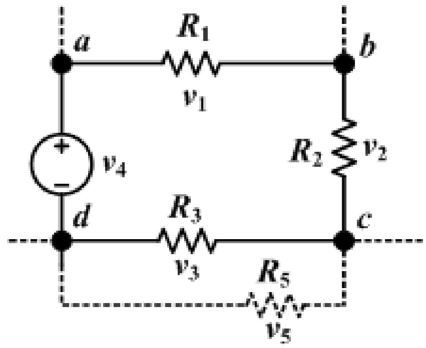

Figura 6: Segunda Ley de Kirchhoff

Para el ejemplo de la Figura 6, dicha ley queda expresada como:

- $V_4 - V_1 - V_2 - V_3 = 0$

  <u>*Aclaración:*</u> No se considera a V_5 ya que no forma parte de la malla que se esta analizando.

6. Magnetostática en el Vacío

6.1. Fuerza Magnética - Fuerza de Lorentz

- $F = \underbrace{q \cdot \vec{v} \times \vec{B}}_{F_m} + \underbrace{q \cdot \vec{E}}_{F_e}$
- $F_m = \int_c I \cdot \vec{dl} \times \vec{B}$

6.1.1. Momento Dipolar Magnético

- $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \Longrightarrow |\vec{\tau}| = \underbrace{I \cdot S \cdot N}_{\mathcal{M}} \cdot B \cdot \operatorname{sen}\left(\vec{r}, \vec{F}\right)$

  $|\vec{\tau}|$ = Módulo del torque de la fuerza magnética

  S = Superficie de la espira

  N = Cantidad de vueltas de la espira

  $\operatorname{sen}(\vec{r}, \vec{F})$ = El seno del angulo formado por la distancia y la fuerza magnética

  $\mathcal{M}$ = <u>**Momento Dipolar Magnético**</u>

6.2. Ley de Biot - Savart

- $\vec{B}_{(\vec{r})} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{cable} \frac{I \cdot \vec{dl} \times (\vec{r} - \vec{r'})}{|\vec{r} - \vec{r'}|^3}$
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Tm}{A}\right]$

6.3. Ley de Amper

- $\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \sum I_{concatenadas}$

7. Materiales Ferromagnéticos

7.1. Vector Campo Magnético ($\vec{H}$)

- $\oint_C \vec{H} \cdot \vec{dl} = \sum I_{concatenadas}$

7.2. Vector de Magnetización ($\vec{M}$)

- $\oint_C \vec{M} \cdot \vec{dl} = \sum I_{magnetizacion}$

7.3. Vector de Inducción Magnética ($\vec{B}$)

- $\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \left(\sum I_{concat} + \sum I_{magnet} \right)$

7.4. Relaciones

- $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$
- $\vec{B} = \mu_0 \cdot \left(\vec{H} + \vec{M} \right)$

7.5. Energía del campo magnético

- $U = \dfrac{1}{2} \iiint_V B \cdot H \, dV$

8. Flujo del Campo Magnético

- $\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{ds}$

8.1. Ley de Hopkinson - Reluctancia

- $\Re_i = \dfrac{l_i}{S_i \cdot \mu_{ri} \cdot \mu_0} \rightarrow$ Reluctancia
- $\Phi_B \cdot \Re_{total} = N \cdot I$, $\Re_{total} = \sum_{i=1}^{N} \Re_i$

Segunda Parte de la Materia

9. Ley de Faraday

- $V_{ind} = \frac{-d\phi_B}{dt} = \frac{-d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{E} \cdot \vec{dl}$

  El signo de $d\vec{S}$ es acorde al signo de orientación de la curva C dado por el $\vec{dl}$

- $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

10. Ley de Lenz o Faraday - Lenz

1. Dada la existencia de una fuerza electro-motriz inducida fem_{ind}, va a circular una corriente inducida llamada I_{ind}
2. Esta I_{ind} va a generar un campo magnético además del existente, con el cual se lo denomina "campo magnético inducido"
3. Este campo magnético inducido, apunta en la dirección tal que se opone a la variación del flujo que esta sometido el sistema. Es decir, que trata de mantener la variación del flujo a su estado original

11. Bobinados - Inductancia

11.1. Auto inductancia (L)

- $L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot S \cdot I}{2\pi \cdot r_m}$

11.2. Inductancia Mutua (M)

- $M = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot S \cdot I}{2\pi \cdot r_m}$

11.3. Relaciones

- $M = K \cdot \sqrt{L_1 L_2}$, $0 \leq K \leq 1$

12. Transformadores Bifásicos

12.1. Bornes Homólogos

12.1.1. Configuración Aditiva

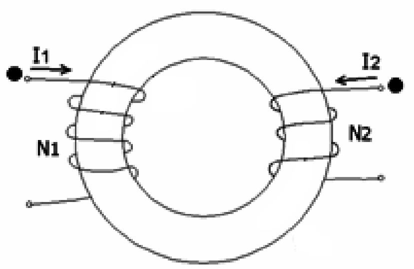

Figura 7: Configuración Aditiva

- $V_{ind} = -\left(L_1 + L_2 + 2M\right) \dfrac{dI}{dt}$

12.1.2. Configuración Sustractiva

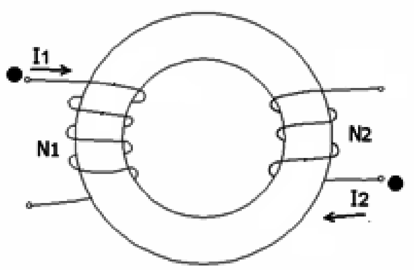

Figura 8: Configuración Sustractiva

- $V_{ind} = -\left(L_1 + L_2 - 2M\right) \dfrac{dI}{dt}$

13. Circuitos en Corriente Alterna en régimen permanente

En esta materia solo se analiza, en primer lugar, el comportamiento de un circuito RLC-Serie, en corriente alterna. Para eso veamos el único ejemplo de un circuito RLC-Serie

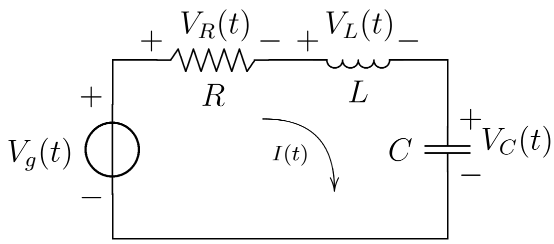

Figura 9: Circuito RLC-Serie.

- $V_g(t) = V_{max}\,\text{Sen}(\omega t)$, $V_{max} = \sqrt{2}\,V_{ef}$
- $I(t) = I_{max}\,\text{Sen}(\omega t + \varphi)$, $I_{max} = \sqrt{2}\,I_{ef}$

13.1. Fasores

- $\mathbb{V} = V_{max}\,e^{i(\omega t)}$
- $\mathbb{I} = I_{max}\,e^{i(\omega t + \varphi)}$

13.2. Reactancias

- Reactancia Resistencia: R
- Reactancia Inductiva: $\omega L = X_L$
- Reactancia Capacitiva : $\dfrac{1}{\omega C} = X_C$

13.3. Impedancia

- $\mathbb{Z} = R + i\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right) = R + i\left(X_L - X_C\right)$
- $\mathbb{Z} = |\mathbb{Z}| \cdot e^{i\varphi}$, $\varphi = tg^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$

13.4. Segunda ley de Kirchhoff

$$\mathbb{V} = R \cdot \mathbb{I} + i \cdot \omega L \cdot \mathbb{I} - \frac{i}{\omega L} \cdot \mathbb{I} \Longrightarrow \mathbb{V} = \underbrace{\left(R + i \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right)}_{\mathbb{Z}} \cdot \mathbb{I} \Longrightarrow \mathbb{V} = \mathbb{Z} \cdot \mathbb{I}$$

13.5. Propiedades

1. $\mathbb{I} = \dfrac{\mathbb{V}}{\mathbb{Z}}$
2. $|I_{ef}| = \dfrac{|V_{ef}|}{|\mathbb{Z}|}$ ó $|I_{max}| = \dfrac{|V_{max}|}{|\mathbb{Z}|}$
3. $\arg(\mathbb{Z}) = \varphi$
4. $\arg(\mathbb{I}) = \omega t + \varphi$, $\varphi = -\arg(\mathbb{Z})$
5. $\arg(\mathbb{V}) = \omega t$

13.6. Diagrama Fasorial

13.7. Resonancia

La resonancia se da cuando la parte imaginaria de la impedancia es nula, es decir: $\mathrm{Im}(\mathbb{Z}) = 0$ esto se da si y solo si $\mathbb{Z} = R + i \underbrace{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}_{=0}$ por lo tanto $X_L = X_C$

13.7.1. Frecuencia de resonancia

- $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ $\rightarrow$ Fórmula de "Thompson"
- $f_{res} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$

13.7.2. Frecuencia de media potencia

- $R^2 = \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2$ $\rightarrow$ Se tiene que elegir 2 de las cuatro combinaciones posibles, es decir + con + y + con - ó - con - y - con +

13.8. Factor de mérito

- $Q = \dfrac{\omega_0}{\Delta\omega} = \dfrac{\omega_0 L}{R}$

13.9. Potencias

1. Potencia Activa: $P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\varphi)$ $[W]$, $\varphi = \arg(\mathbb{Z})$ $\rightarrow$ Esta es la potencia útil y la que mide las empresas de distribución de electricidad
2. Potencia Reactiva: $S = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \mathrm{sen}(\varphi)$ $[VAR]$
3. Potencia Aparente: $Q = V_{ef} \cdot I_{ef}$ $[VA]$
4. Potencia Instantánea: $P(t) = [V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\varphi) - V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\varphi)\cos(2\omega t)] - V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \mathrm{sen}(\varphi)\mathrm{sen}(2\omega t)$

14. Las Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones del fenómeno electromagnético de Maxwell son cuatro, que se expresan en forma integral y diferencial.

Forma Integral	Forma Diferencial
$\oiint_S \vec{D}\cdot\vec{ds} = \iiint_V \rho\, dV$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho$
$\oiint_S \vec{B}\cdot\vec{ds} = 0$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$
$\oint_C \vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{-d\phi_B}{dt} = \frac{-d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
$\oint_C \vec{H}\cdot\vec{dl} = \iint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} + \frac{d}{dt}\iint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$	$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

14.1. La ecuación de ondas

Para llegar a la ecuación de onda electromagnética del Campo Eléctrico o Magnético se parte de las expresiones diferenciales de las ecuaciones de Maxwell, teniendo en cuenta que la zona de evaluación carezcan de cargas ($\rho = 0$) y que por la misma no circulen corrientes ($\vec{J} = 0$), esta es una condición que se da en la materia para disminuir las dificultades matemáticas, es decir:

1. $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$
2. $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
3. $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$
4. $\vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

y recordar las propiedades de la electrostática y magnetostática en medios materiales:

1. $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$
2. $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$

y aplicando la siguiente identidad matemática:

1. $\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{F}\right) = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{F}\right) - \nabla^2\vec{F}$

nos da como resultado las siguientes ecuaciones diferenciales:

14.1.1. Ecuación de onda para el Campo Eléctrico

- $\nabla^2\vec{E} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$

14.1.2. Ecuación de onda para el Campo Magnético

- $\nabla^2\vec{B} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$

14.2. La velocidad de la luz

- $v^2 = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}$

15. Transmisión de Calor

Partiendo de la ecuación de la transmisión de calor: $\Delta Q = Cm\Delta T$. La transmisión de calor, se produce de dos formas distintas. Dichas formas son:

- **Transmisión de calor por Conducción**
- **Transmisión de calor por Convección**
- **Transmisión de calor por Radiación**

15.1. Transmisión de calor por Conducción

Sólo se da en los materiales sólidos ya que no hay transferencia de materia.

- $\frac{\delta Q}{\delta t} = -\lambda \cdot S \cdot \overrightarrow{\nabla T}$

considerando:

1. $\frac{\delta Q}{\delta t} = cte$ ya que se trabaja en régimen permanente
2. λ: Coeficiente de conducción, que es propia del material
3. S: La superficie en donde se evalúa
4. $\overrightarrow{\nabla T}$: Gradiente de temperatura, esta orientado en sentido decreciente de la temperatura

15.2. Transmisión de calor por Convección

Tiene lugar en los fluidos ya que hay desplazamiento de la materia

- $\frac{\delta Q}{\delta t} = h \cdot S \cdot (T_C - T_F)$

considerando:

1. h: Coeficiente de convección, que es propia del material
2. S: La superficie en donde se evalúa
3. $(T_C - T_F)$: Siempre positivo ya que va desde la temperatura **Caliente** a la **Fría**

15.3. Balance neto por calor recibido y emitido (Radiación)

- $P = \sigma \cdot \varepsilon \cdot A \cdot (T_C^4 - T_F^4)$

16. Termodinámica

16.1. Primer Principio de la Termodinámica

También conocida como principio de conservación de la energía para la termodinámica — en realidad el primer principio dice más que una ley de conservación, establece que si se realiza trabajo sobre un sistema o bien éste intercambia calor con otro, la energía interna del sistema cambiará.

Dicha ley de conservación se expresa de la siguiente manera:

- $Q = \Delta U + W$, con: $\Delta U = f(T) = nC_V\Delta T$ ó $mC_V\Delta T$ y $W = \int_{V_i}^{V_f} P \cdot dV$

En esta materia ademas se va a estudiar las 4 **evoluciones politrópicas** que pueden llegar a surgir. Dichas evoluciones son:

- **Evolución Isocórica**
- **Evolución Isobárica**
- **Evolución Isotérmica**
- **Evolución Adiabática**

16.1.1. Evolución Isocórica

Es una evolución que se produce a Volumen Constante ($V = cte$)

- $W = 0$
- $\Delta U = nC_V \Delta T$ ó $mC_V \Delta T$
- $Q = \Delta U$

16.1.2. Evolución Isobárica

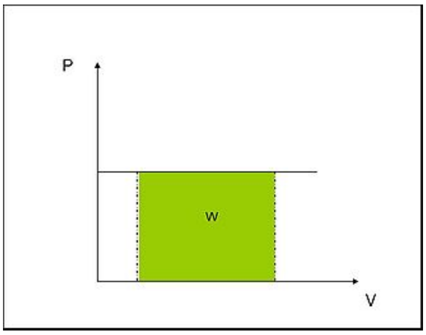

Figura 10: Evolución Isobárica

Es una evolución que se produce a Presión Constante ($P = cte$)

- $W = P \cdot (V_f - V_i)$
- $\Delta U = nC_V \Delta T$ ó $mC_V \Delta T$
- $Q = \Delta U + W$

16.1.3. Evolución Isotérmica

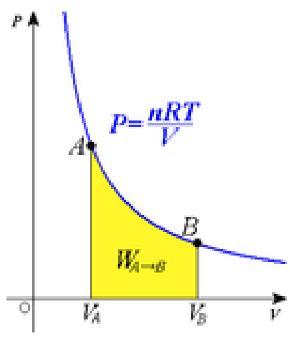

Figura 11: Evolución Isotérmica

Es una evolución que se produce a Temperatura Constante ($T = cte$)

- $W = \displaystyle\int_{V_A}^{V_B} nRT \cdot \frac{dV}{V}$

- $\Delta U = 0$
- $Q = W$

16.1.4. Evolución Adiabática

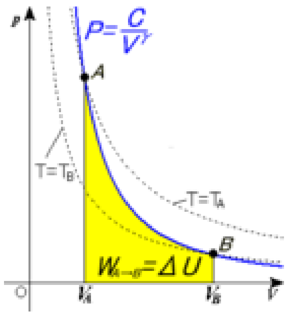

Figura 12: Evolución Adiabática

Es una evolución que se produce sin intercambio de calor ($Q = 0$)

- $Q = 0$
- $\Delta U = nC_V \Delta T$ ó $mC_V \Delta T$
- $W = -\Delta U$

Las relación entre $P_A V_A$ y $P_B V_B$ es la siguiente:

- $P_A V_A^{C_P/C_V} = P_B V_B^{C_P/C_V}$, $C_P/C_V = \gamma$

16.2. Relaciones

1. $C_P - C_V = R$
2. si el gas es monoatómico: $C_V = \frac{3}{2}R$
3. si el gas es diatómico: $C_V = \frac{5}{2}R$
4. En un ciclo cerrado $\Delta U_{tot} = 0$ por lo tanto $Q_{tot} = W_{tot}$

16.3. Segundo Principio de la Termodinámica

16.3.1. Maquinas Térmicas

Una máquina térmica tiene como objetivo entregar trabajo, absorbiendo calor de una fuente caliente, y a su vez entregando calor a una fuente fría

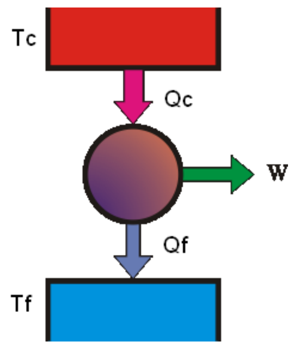

Figura 13: Máquina Térmica

El rendimiento de una máquina térmica reversible se calcula como:

$$\eta = \frac{\text{Beneficio}}{\text{Costo}} = \frac{W}{Q_c} < 1$$

16.3.2. Maquinas Frigoríficas

Una máquina frigorífica tiene como objetivo entregar calor de una fuente fría a una caliente, absorbiendo trabajo

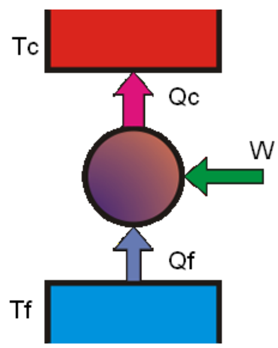

Figura 14: Máquina Frigorífica

La eficiencia de una máquina frigorífica reversible se calcula como:

$$\varepsilon = \frac{\text{Beneficio}}{\text{Costo}} = \frac{Q_f}{W} < 1$$

16.3.3. Enunciado de Clausius

El enunciado de Clausius dice lo siguiente: "No es posible ningún proceso cíclico cuyo **ÚNICO** resultado sea la extracción de calor de una fuente a una cierta temperatura y que otra fuente a mayor temperatura absorba la misma cantidad de calor."

16.3.4. Enunciado de Kelvin

El enunciado de Kelvin dice lo siguiente: "No existe ningún dispositivo que, operando por ciclos, absorba calor de una única fuente (E.absorbida), y lo convierta íntegramente en trabajo (E.útil)."

16.3.5. Enunciado de Kelvin - Planck

El enunciado de Kelvin - Planck dice lo siguiente: "No es posible ningún proceso cíclico cuyo **ÚNICO** resultado sea la extracción de calor de una fuente a una cierta temperatura y la producción equivalente de trabajo

16.3.6. Teorema de Carnot

El ciclo de Carnot se produce cuando una máquina trabaja absorbiendo una cantidad de calor Q_1 de la fuente de alta temperatura y cede un calor Q_2 a la de baja temperatura produciendo un trabajo sobre el exterior, como lo indica la *Figura 15*

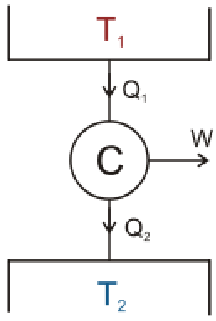

Figura 15: Máquina de Carnot

El rendimiento viene definido, como en todo ciclo, por:

$\eta_{carnot} = \dfrac{W_{util}}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1}$, si: $\dfrac{Q_2}{Q_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$ entonces:

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

16.3.7. Teorema de Clausius

De la relacion del teorema de Carnot, tenemos que:

$\dfrac{Q_2}{Q_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$ entonces despejando tenemos que: $\dfrac{Q_2}{T_2} = \dfrac{Q_1}{T_1}$ por lo tanto $\dfrac{Q_1}{T_1} - \dfrac{Q_2}{T_2} = 0$ entonces el teorema de Clausius dice que en todo proceso cuyo ciclo es reversible:

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta Q_i}{T_i} = 0.$$

Esta definición la podemos extender utilizando infinitos "miniciclos" o llamándolos de un modo más matemático a "ciclos diferenciales" con lo cual la expresión del teorema de Clausius queda expresado como:

$$\oint_{camino} \frac{\delta Q_{reversible}}{T} = 0$$

16.3.8. Entropía para procesos reversibles

Al tomar el teorema de Clausius partiendo del calor que no es una función de estado, por lo cual lleva un diferencial inexacto dividiéndolo por la temperatura, definimos una nueva función que esta vez si es de estado, a la que denominamos como "**Entropía S**", cuya expresión es la siguiente:

$$dS = \frac{\delta Q_{reversible}}{T}$$

Se dice que la Entropía es una función de estado, ya que no depende del camino elegido, es decir:

$$\int_A^B \frac{\delta Q_{reversible}}{T} = S(B) - S(A)$$

16.3.9. Entropía para procesos irreversibles

La entropía para procesos irreversibles se calcula por medio de la **Desigualdad de Clausius**, dicha desigualdad consta de calcular la Entropía en un proceso irreversible conociendo los límites por medio de un proceso (camino) reversible, es decir:

$\displaystyle\int_A^B \frac{\delta Q_{irreversible}}{T} < S(B) - S(A)$, donde $S(B) - S(A)$ es la variación de Entropía hecha por un camino reversible

16.3.10. Relaciones de Entropía

- $\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{ambiente}$

1. Si se trata de un proceso reversible, $\Delta S_{universo}$ es cero pues el calor que el sistema absorbe o desprende es igual al trabajo realizado. Pero esto es una situación ideal, ya que para que esto ocurra los procesos han de ser extraordinariamente lentos, y esta circunstancia no se da en la naturaleza

2. Si se trata de procesos irreversibles (los procesos reales), el $\Delta S_{universo}$ aumenta.

Referencias

[1] *"Fundamentos de Electricidad y Magnetismo"* - **Arthur F. Kip**

[2] *"Física para Ciencias e Ingeniería (Tomos I y II)"* - **John McKelvey y Howard Grotch**

[3] *"Apuntes de Electricidad y Magnetismo, Conductores y Dieléctricos"* - **Dr. Guillermo Santiago y Dra. Liliana Perez**

[4] *"Apunte de Segundo Principio de la Termodinámica"* - **Dra. Liliana Perez**

[5] *"Carpeta de cursada 2do Cuatrimestre 2010"* - **Curso Santiago - Barrionuevo / Villa del Prat**