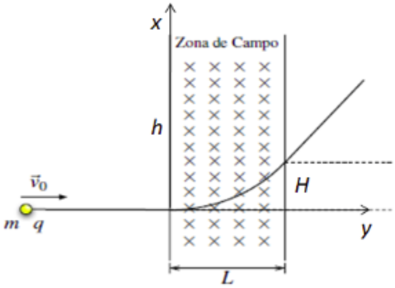
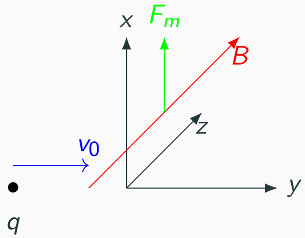
Enunciado

Problema2: Una partícula de masa m y carga $q$ingresa horizontalmente a una región de ancho L, donde existe un campo magnético , con una velocidad como indica la figura.



1. Calcular el valor crítico de $v_0 = v_{0c}$ que determina si la partícula atraviesa la zona donde existe campo B, e ingresa a la zona del espacio $y>L$ .Describa la trayectoria de la partícula para $v_0>v_{0c}$. Determine la altura máxima H que la partícula pueda atravesar dicha zona
2. Describa la trayectoria de la partícula si $v_0<v_{0c}$ ¿Puede, bajo estas condiciones entrar en la zona y<0? Si la respuesta es afirmativa indicar módulo y dirección de la velocidad en esa zona del espacio.
3. Para $v_0<v_{0c}$, calcule la altura h,que la partícula atraviesa zonay<0.

Como debería ser la fuerza?



Recordemos el ejercicio que hicimos la vez pasada y pensemos primero el caso donde hay presencia de campo no confinado a un cierto L. Vemos que $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$. Viendo la dirección de $\mathbf{v}$ y $\mathbf{B}$, nos damos cuenta que $\mathbf{F}$ tiene que tener dirección en x.

Cálculo de la fuerza

Entonces, en el instante inicial tenemos:

$$\mathbf{F}_m = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = qv_0B_0\hat{i}$$

Cálculo de la fuerza

Entonces, en el instante inicial tenemos:

$$\mathbf{F}_m = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = qv_0 B_0 \hat{i}$$

Sin embargo, luego va a aparecer una componente en la dirección y para la velocidad:

$$\mathbf{F}_m = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x(t) & v_y(t) & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = q(v_y(t) B_0 \hat{i} - v_x(t) B_0 \hat{j})$$

Cálculo de la fuerza

Entonces, en el instante inicial tenemos:

$$\mathbf{F}_m = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = qv_0 B_0 \hat{i}$$

Sin embargo, luego va a aparecer una componente en la dirección y para la velocidad:

$$\mathbf{F}_m = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x(t) & v_y(t) & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} = q(v_y(t)B_0\hat{i} - v_x(t)B_0\hat{j})$$

Ver que en este caso hay presencia de fuerzas magnéticas únicamente, por lo que la fuerza de Lorentz es igual a $\mathbf{F}_m$ (recordar: $\mathbf{F}_L = q\mathbf{E} + q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$).

Tipo de movimiento que se realiza

Considerando que la única fuerza que actúa sobre la partícula es la magnética (se desprecia la gravitatoria), tenemos que:

$$\mathbf{F}_m = m\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{a} = \frac{q}{m}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{1}$$

Tipo de movimiento que se realiza

Considerando que la única fuerza que actúa sobre la partícula es la magnética (se desprecia la gravitatoria), tenemos que:

$$\mathbf{F}_m = m\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{a} = \frac{q}{m}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{1}$$

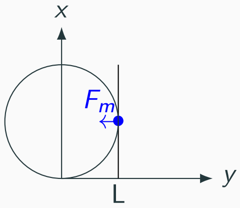
Esta última relación implica que la aceleración es normal al campo **B** y a la velocidad **v**. Esto última implica que la aceleración solo modifica la dirección del vector velocidad, y no la magnitud del mismo. Tenemos entonces un MCU en el plano *xy*.

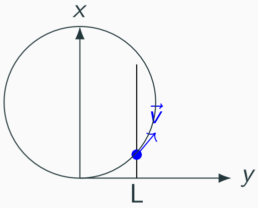
Valor de velocidad crítico

Si ahora el campo magnético se encuentra entre 0 y L, veamos que tiene que suceder para que la partícula no salga por el lado derecho. Para ver eso, ¿cómo debería ser la velocidad en L y la F_m para que se mantenga dentro de esa zona?

Valor de velocidad crítico

Si ahora el campo magnético se encuentra entre 0 y L, veamos que tiene que suceder para que la partícula no salga por el lado derecho. Para ver eso, ¿cómo debería ser la velocidad en L y la F_m para que se mantenga dentro de esa zona?





Velocidad crítica

Vemos que R tiene que ser menor a L para que la particula se mantenga en la zona de campo magnético, siendo el caso igual a L el crítico.

Velocidad crítica

Vemos que R tiene que ser menor a L para que la particula se mantenga en la zona de campo magnético, siendo el caso igual a L el crítico. Entonces, como buscamos que la partícula atraviese la zona:

$$R > L \tag{2}$$

Velocidad crítica

Vemos que R tiene que ser menor a L para que la particula se mantenga en la zona de campo magnético, siendo el caso igual a L el crítico. Entonces, como buscamos que la partícula atraviese la zona:

$$R > L \tag{2}$$

Recordemos que para un MCU, el radio de giro es $R = \frac{m|\mathbf{v}|}{|q||\mathbf{B}|}$, por lo que obtenemos:

$$\frac{m|\mathbf{v}|}{|q||\mathbf{B}|} > L \rightarrow |\mathbf{v}| > \frac{L|q||\mathbf{B}|}{m} = v_c \tag{3}$$

Por lo tanto, $|\mathbf{v}| = v_0 > v_c$.

Tipo de movimiento que se realiza para $y > L$

Vemos que una vez que supera la zona de campo magnético, la partícula no se encuentra sometida a ninguna fuerza. Por lo tanto, se mueve a velocidad constante.

Tipo de movimiento que se realiza para $y > L$

Vemos que una vez que supera la zona de campo magnético, la partícula no se encuentra sometida a ninguna fuerza. Por lo tanto, se mueve a velocidad constante. Sabemos que $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$, donde cada componente es la derivada parcial respecto de cada eje. Entonces:

Tipo de movimiento que se realiza para $y > L$

Vemos que una vez que supera la zona de campo magnético, la partícula no se encuentra sometida a ninguna fuerza. Por lo tanto, se mueve a velocidad constante. Sabemos que $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$, donde cada componente es la derivada parcial respecto de cada eje. Entonces:

$$c(t') = \begin{cases} x(t') = v_{0,x}\ t' + H, & t' \geq 0 \\ \\ y(t') = v_{0,y}\ t' + L, & t' \geq 0 \end{cases} \tag{4}$$

donde tomo $t' = t - t_0$, siendo t_0 el tiempo que tarda en llegar a $(x(t_0), y(t_0)) = (H, L)$. Resta hallar las componentes en x y en y de las velocidades.

Tipo de movimiento que se realiza cuando se está en la zona de campo magnético

Para el caso en que $0 \leq y \leq L$, sabemos que la partícula sigue la trayectoria correspondiente a un MCU con un cierto radio de giro R, dado por $R = \frac{m|\mathbf{v_0}|}{|q||\mathbf{B}|}$. Entonces, hará una trayectoria dada por:

$$c(t) = \begin{cases} y(t) = R\sin(\omega_0 t), & 0 \leq t \leq t_0 \\ \\ x(t) = R - R\cos(\omega_0 t) = R(1-\cos(\omega_0 t)), & 0 \leq t \leq t_0 \end{cases} \tag{5}$$

donde $\omega_0 = \frac{|\mathbf{v}|}{R}$ es la velocidad angular.

Cálculo de la velocidad

Calculemos entonces el tiempo t_0. Para eso, despejamos de uno de las dos componentes:

$$y(t_0) = L \to t_0 = \frac{\sin^{-1}(\frac{L}{R})}{\omega_0} \tag{6}$$

Luego, las velocidades son las derivadas de cada componente respecto de dicha dirección:

$$v(t) = \begin{cases} v_y(t) = \omega_0 R\cos(\omega_0 t), & 0 \leq t \leq t_0 \\ \\ v_x(t) = \omega_0 R\sin(\omega_0 t), & 0 \leq t \leq t_0 \end{cases} \tag{7}$$

Obtenemos que $v_{0,x} = \omega_0 R\sin(\omega_0 t_0)$ y $v_{0,y} = \omega_0 R\cos(\omega_0 t_0)$.

Tipo de movimiento que se realiza cuando $|\mathbf{v}| \leq v_c$

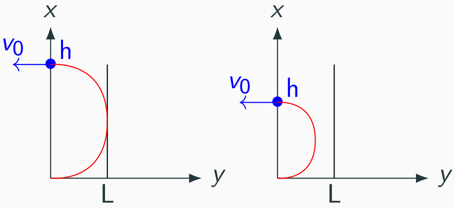
Para el caso en que $|\mathbf{v}| \leq v_c$, tenemos que el la partícula se mantiene dentro de la zona de campo magnético. Hará entonces un MCU al igual que lo mencionado previamente con un cierto radio de giro R:

$$c(t) = \begin{cases} y(t) = R\sin(\omega_0 t), & 0 \leq t \leq t_0 \\ \\ x(t) = R - R\cos(\omega_0 t) = R(1 - \cos(\omega_0 t)), & 0 \leq t \leq t_0 \end{cases} \tag{8}$$

donde t_0 es ahora el tiempo que tarda en llegar al punto $(x(t_0), y(t_0)) = (h, 0)$.

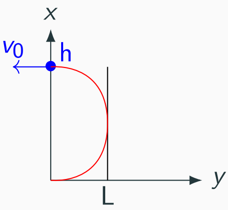
Cálculo de h

Veamos graficamente para dos R distintos que está sucediendo y cual debería ser el instante t_0 en el cual se llega al punto $(h, 0)$:



Cálculo de h

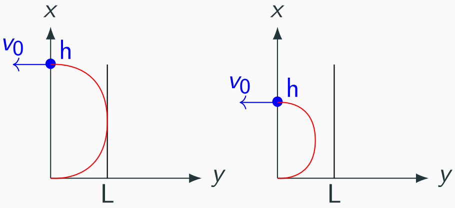
Veamos graficamente para dos R distintos que está sucediendo y cual debería ser el instante t_0 en el cual se llega al punto $(h, 0)$:



Se observa que t_0 puede calcularse igualando $y(t)$ a 0 y $x(t)$ a h, donde h será igual a $2R$. Entonces, t_0 será tal que $\omega_0 t_0 = \pi \rightarrow t_0 = \frac{\pi}{\omega_0}$.

Cálculo de h

Veamos graficamente para dos R distintos que está sucediendo y cual debería ser el instante t_0 en el cual se llega al punto $(h, 0)$:



Se observa que t_0 puede calcularse igualando $y(t)$ a 0 y $x(t)$ a h, donde h será igual a $2R$. Entonces, t_0 será tal que $\omega_0 t_0 = \pi \rightarrow t_0 = \frac{\pi}{\omega_0}$. Por último, vemos que $\mathbf{v} = -v_0\,\hat{j}$, ya que el módulo de la velocidad no cambia.