

Física

1. MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

ESCALARES → son determinadas por un número real y una unidad de medida.

VECTORIALES → no se las puede determinar completamente mediante un número y una unidad.

- Se las representa, usualmente, con vectores

VECTOR: SEGMENTO ORIENTADO, DETERMINADO POR UN PUNTO DE ORIGEN y PUNTO QUE DETERMINE EL EXTREMO DEL VECTOR.

→ La recta que contiene al vector determina la dirección del mismo y la orientación sobre la recta, definida por el origen y el extremo del vector, determina su sentido

MODULO: es la longitud del segmento orientado que define al vector → $\text{mod } v = v = |v|$. Siempre es un n° positivo.

- 2 VECTORES SON IGUALES / EQUIVALENTES CUANDO TIENEN EL MISMO MODULO, LA MISMA DIRECCIÓN Y EL MISMO SENTIDO

2. COMPONENTES CARTESIANAS DE UN VECTOR

→ SISTEMA DE REFERENCIA: SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS ORTOGONALES de origen O y ejes x, y, z

→ COMPONENTES son las proyecciones del vector sobre los ejes, o sea los números. Se calculan, restando el extremo y el origen.

- Vectores opuestos: tienen igual valor en sus componentes y signos contrarios

MODULO DEL VECTOR: $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

VERSORES FUNDAMENTALES: $\hat{i}(1;0;0)$ $\hat{j}(0;1;0)$ $\hat{k}(0;0;1)$

PRODUCTO ESCALAR de 2 vectores a y b al escalar obtenido por $a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos \theta$ con θ como el ángulo que forman.

- Si a y b son perpendiculares / ortogonales el producto es 0

PRODUCTO VECTORIAL de 2 vectores a y b da el vector c
 $a \cdot b = c = a \cdot b \cdot \text{sen } \theta$ θ ángulo que forman a y b.

$$a \cdot b = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2) \hat{i} + (b_1 \cdot a_3 - b_3 \cdot a_1) \hat{j} + (a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1) \hat{k}$$

3. TRIGONOMETRIA.

$\sin \alpha$: $\frac{\text{opuesto}}{\text{hipot}}$

$\cos \alpha$: $\frac{\text{contiguo}}{\text{hipot}}$

$\tan \alpha$: $\frac{\text{opuesto}}{\text{contiguo}}$

RELACIONES FUNDAMENTALES

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$a^2 + b^2 = c^2 \rightarrow \text{PITAGORAS}$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$

Dato:

La función seno es impar y la función coseno es par

4. POSICIÓN DE UNA PARTICULA "P" RESPECTO DEL OBSERVADOR "O"

Para conocer la posición de un punto "P" respecto al origen "O" en el espacio 3D, lo representamos mediante una terna ordenada de números reales. Nos tienen que quedar unívocamente definidas 3 propiedades:

1. distancia entre "O" y "P"

2. la dirección para la cual partiendo de "O" alcanzamos "P".

3. El sentido de recorrido para llegar de "O" hasta "P"

5. SISTEMAS DE REFERENCIA. ENCUADRE EMPÍRICO DEL MOVIMIENTO.

A un sistema considerado "fijo" se lo llama sistema "tierra" o sistema "laboratorio"

A los sistemas de referencia que están en reposo o se mueven a velocidad constante, se los llama Sistemas Inerciales, y a los que se mueven en forma acelerada, Sistemas No Inerciales.

6. SISTEMA DE COORDENADAS: CARTESIANAS E INTRÍNSECAS.

Sistema Cartesiano u ortogonal: tiene 3 ejes, perpendiculares entre sí.

TRAYECTORIA

Es la línea que queda definida con las sucesivas posiciones que va ocupando el punto material en su recorrido. Si bien el móvil hace su recorrido a través del tiempo, se reserva el nombre de ecuaciones horarias a la forma paramétrica, con parámetro tiempo, de escribir la trayectoria.

Matemáticamente la trayectoria se puede representar por una función de posición (x, y, z)

pero tambien se podria aceptar una parametrización y tomarla como función paramétrica ($x(u), y(u), z(u)$). Así entonces, algunos casos particulares se suele presentar la función paramétrica, tomando como parametro el tiempo. Entonces denominaremos al sistema de ecuaciones paramétricas como ecuaciones horarias del movimiento.
 $x = x(t); y = y(t); z = z(t)$.

COORDENADAS CARTESIANAS

El vector posición lo expresamos como una terna ordenada de números reales o como una expresión en función de los vectores que indican la referencia de 3 ejes concurrentes al origen.

$$\overline{P-O} = \overline{r}_{P-O}$$

En cartesianas 3D: $\overline{r}_{P-O} = x_p \hat{i} + y_p \hat{j} + z_p \hat{k}$

El módulo de este vector es la distancia que existe entre P y O

$$|\overline{r}_{P-O}| = \sqrt{(x_p)^2 + (y_p)^2 + (z_p)^2}$$

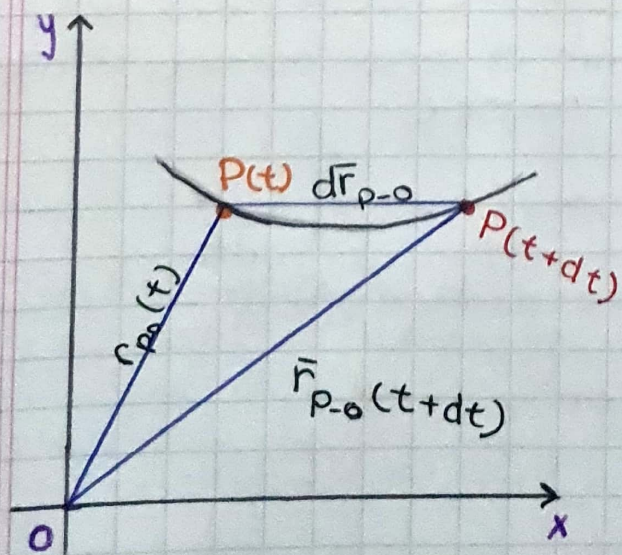
x_p, y_p, z_p : son coordenadas del punto, y varían en función del tiempo en la medida que la partícula se mueva.

COORDENADAS INTRINSECAS.

Las coordenadas intrínsecas son coordenadas de trayectoria. El punto bajo estudio es el origen del Triedro. Para comprender como se comportan los versores del sistema intrínseco: Versor tangencial y versor normal, estudiaremos previamente la velocidad instantánea de un punto "P" respecto de un observador fijo "O".

7. CAMBIO DE POSICIÓN DE UN PUNTO "P" RESPECTO DE UN OBSERVADOR FIJO "O".

Supongamos que el punto "P" cambia de posición en forma suave respecto de un observador fijo "O" y que ese cambio se hace durante un intervalo pequeño de tiempo.



$\overline{r}_{P-O}(t)$ = es la posición inicial

$\overline{r}_{P-O}(t+dt)$ = es la posición final

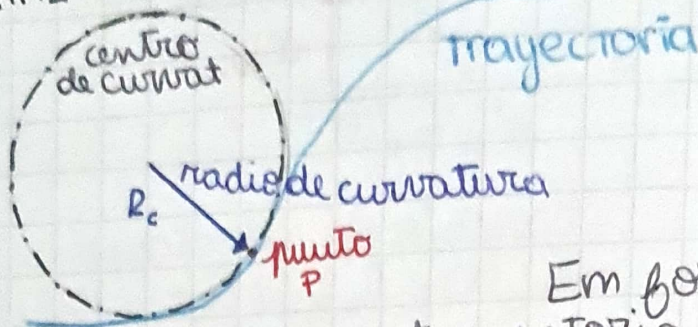
La diferencia entre estos vectores es el cambio de posición:

$$d\overline{r}_{P-O}(t) = \overline{r}_{P-O}(t+dt) - \overline{r}_{P-O}(t)$$

$$\overline{r}_{P-O}(t+dt) = \overline{r}_{P-O}(t) + \frac{d\overline{r}_{P-O}}{dt} \cdot dt$$

12 - CIRCUNFERENCIA OSCULATRIZ O CIRCULO OSCULADOR: CENTRO DE CURVATURA LOCAL Y RADIO DE CURVATURA LOCAL DE UNA TRAYECTORIA.

Circunferencia Osculatriz



En el límite para arcos de una trayectoria que se hacen tender a 0 el arco de trayectoria se puede confundir o tomar como la secante de ese arco elemental de trayectoria.

En forma análoga un arco de trayectoria infinitesimal se puede confundir con un arco de circunferencia de longitud infinitesimal.

Así es como decimos que la circunferencia a la que pertenece ese arco infinitesimal que se confunde con el arco de trayectoria infinitesimal, se denomina CIRCUNFERENCIA OSCULATRIZ.

El centro de la circunferencia osculatriz es el centro de curvatura de la trayectoria en el entorno del punto de la misma que estamos estudiando.

El radio de la circunferencia osculatriz, R_c , es el radio de curvatura de la trayectoria en el entorno del punto de la misma que estamos estudiando.

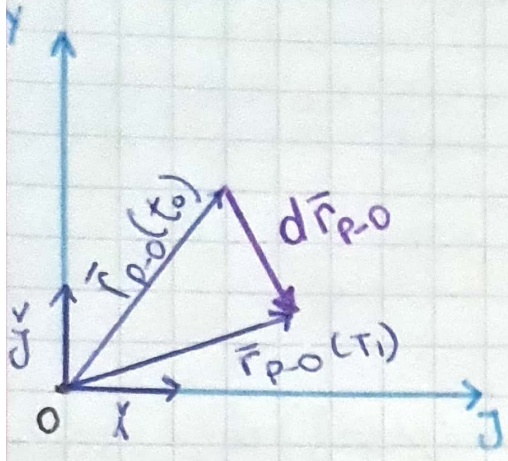
Observación: vemos que el centro de curvatura está ubicado en la dirección que indica el versor normal \hat{e}_n , y sobre la recta del mismo. El radio de curvatura es la distancia medida sobre este eje entre el punto "P" y el centro de curvatura.

$$|\bar{v}_{P-O}| = \omega R_c \Rightarrow \omega = \frac{|\bar{v}_{P-O}|}{R_c}$$

$$\bar{a}_{P-O}(t) = \frac{d|\bar{v}_{P-O}(t)|}{dt} \hat{e}_T + \omega^2 R_c \hat{e}_n$$

$$\bar{a}_{P-O}(t) = \frac{d|\bar{v}_{P-O}(t)|}{dt} \hat{e}_T + \underbrace{\frac{|\bar{v}_{P-O}|^2}{R_c}}_{|\bar{a}_n|} \hat{e}_n$$

2D



$$\vec{r}_{p=0} = x_p \hat{i} + y_p \hat{j} \quad |\vec{r}_{p=0}| = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}$$

$$V_{p=0} = \frac{d\vec{r}_{p=0}}{dt} = \frac{dx_p}{dt} \hat{i} + \frac{dy_p}{dt} \hat{j}$$

$$V_{p=0} = V_{x_p} \hat{i} + V_{y_p} \hat{j}$$

cambio de posición en función del tiempo

$$t - t_0 = 0 \Rightarrow d\vec{r}_{p=0} \text{ estg}$$

NO ROTA

trayectoria: los sucesivos puntos que ocupa el móvil en su movimiento
 $f(x, y) = 0$

LA VELOCIDAD (VECTOR) ES TANGENTE A LA TRAYECTORIA

$$\hat{t} = \hat{u}_r = \hat{e}_r = \frac{\vec{V}_{p=0}}{|\vec{V}_{p=0}|}$$

EC HORARIAS

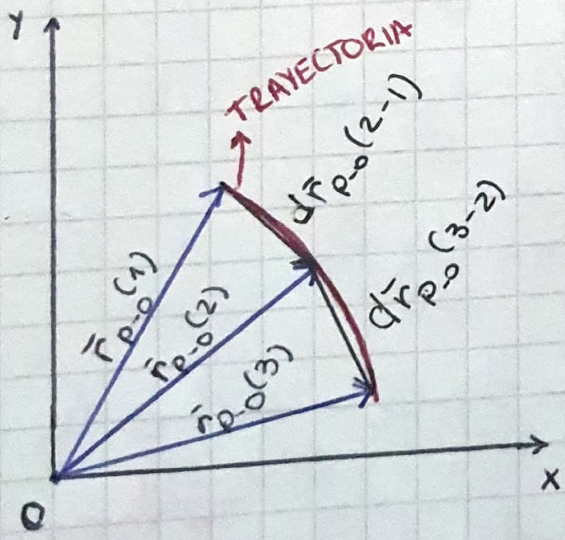
$$\begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{x} = |\vec{A}| |\vec{x}| \cos \theta \quad \hat{A} \cdot \hat{x}$$

→ producto escalar

$$\vec{V}_{p=0} \rightarrow \vec{a}_{p=0} = \frac{d\vec{V}_{p=0}}{dt} = \frac{dV_x}{dt} \hat{i} + \frac{dV_y}{dt} \hat{j}$$

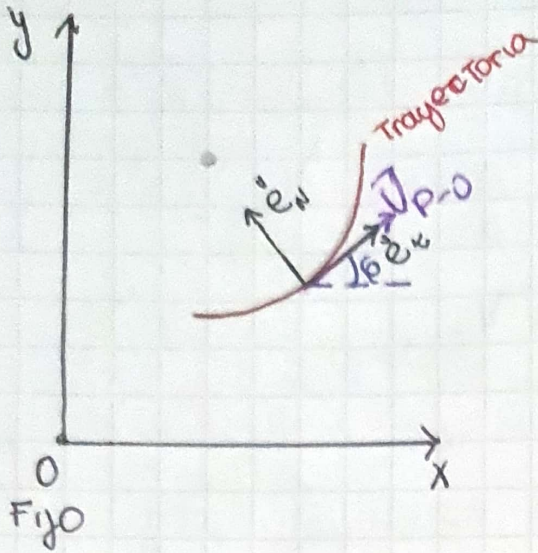
$$\vec{a}_{p=0} = \frac{d\left(\frac{d\vec{r}_{p=0}}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}_{p=0}}{dt^2}$$



- en general, no es ni perpendicular ni tangente a la trayectoria
- La aceleración va hacia la concavidad de la trayectoria

→ la aceleración es un vector que tiene la dirección y el sentido del cambio instantáneo de la velocidad

2D coordenadas intrínsecas



$$\bar{v}_{p-0} = \nu_{p-0} \dot{e}_t \rightarrow \nu = |\bar{v}|$$

$$\bar{a}_{p-0} = \frac{d\bar{v}_{p-0}}{dt} = \frac{d\nu}{dt} e_t + \nu \frac{d\dot{e}_t}{dt}$$

$$\bar{a}_{p-0} = \frac{d\nu}{dt} \dot{e}_t + \nu \frac{d\phi}{dt} \dot{e}_n$$

$$\frac{d\dot{e}_t}{dt} = \underbrace{(-\sin\phi \dot{i} + \cos\phi \dot{j})}_{\dot{e}_n} \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{dt} \dot{e}_n$$

$$\dot{e}_t \cdot \dot{e}_n = -\cos\phi \cdot \sin\phi + \sin\phi \cdot \cos\phi = 0$$

$$\dot{e}_t = \cos\phi \dot{j} + \sin\phi \dot{i}$$

$$\dot{e}_n = -\sin\phi \dot{i} + \cos\phi \dot{j}$$

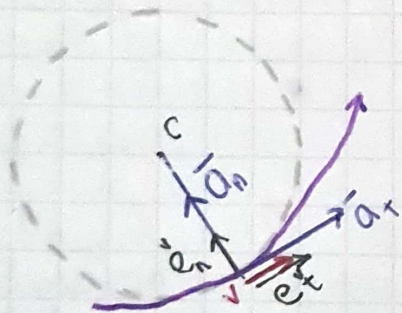
M. CIRCULAR:
(ESCALAR)

→ Veloc. angular

$$\nu = \omega \cdot \rho = \frac{d\phi}{dt} \rho$$

ρ → radio de curvatura de la circunferencia osculatrix

- teorema de Frénet -



$$v \frac{d\phi}{dt} = \frac{\nu^2}{\rho} = \omega^2 \rho$$

$$\bar{a}_{p-0} = \frac{d\nu}{dt} \dot{e}_t + \frac{\nu^2}{\rho} \dot{e}_n$$

$$\bar{a}_n = \frac{v^2}{\rho} (-\sin\phi \dot{i} + \cos\phi \dot{j})$$

$$\bar{a}_n = \frac{\nu^2}{\rho} \dot{e}_n$$

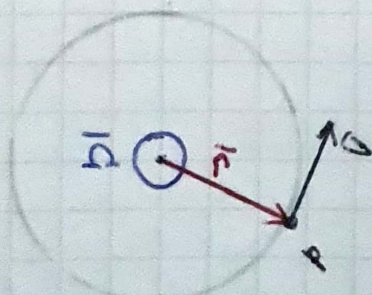
$$\bar{a}_t = \frac{dv}{dt} (\cos\phi \dot{i} + \sin\phi \dot{j})$$

$$\bar{a}_t = \frac{d\nu}{dt} \dot{e}_t$$

Velocidad ANGULAR

$$\bar{a} = \frac{dv}{dt} \dot{e}_t + \nu \frac{d\phi}{dt} \dot{e}_n$$

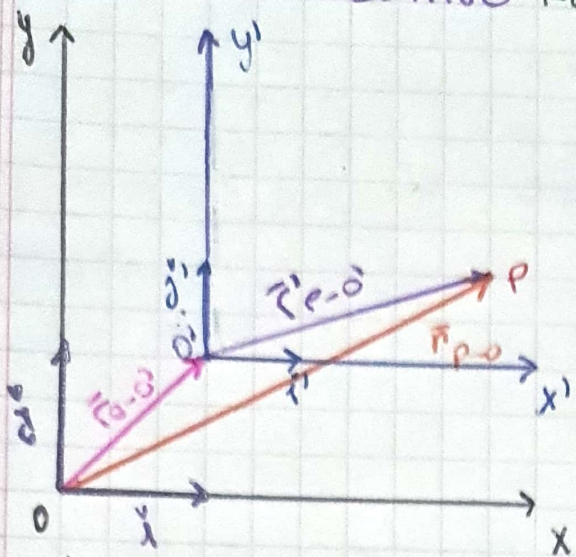
→ velocidad angular



$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{r}$$

vector saliente del plano $\bar{\omega} = \omega \dot{u}_b$
 coord de mano derecha

MOVIMIENTO RELATIVO RELATIVIDAD CLÁSICA (GALILEANA)



$$\vec{r}'_{p-o'} = x' \hat{i}' + y' \hat{j}'$$

$$\vec{r}_{p-o} = \vec{r}'_{p-o'} + \vec{r}_{o'-o}$$

$$\frac{d\vec{r}_{p-o}}{dt} = \frac{d\vec{r}'_{p-o'}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{o'-o}}{dt}$$

vel absel

$$\vec{v}_{p-o} = \vec{v}'_{p-o'} + \vec{v}_{o'-o} \rightarrow \text{arrastru}$$

vel relativa al obj

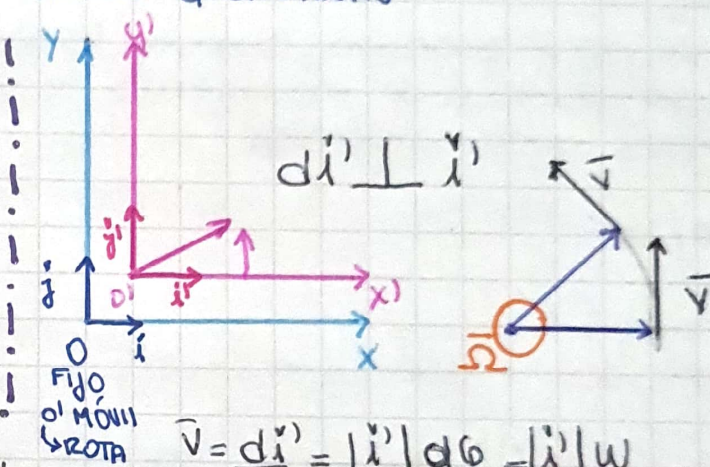
Fijo
(NO ROTA)
O' MOVIL

MECANICA CLÁSICA TRANSFORMACIONES GALILEANAS

$$|\vec{v}_{o'-o}| \ll c$$

$$c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \rightarrow \text{celeridad de la luz}$$

$$3,4 \times 10^2 \frac{m}{s} \text{ Veloc del sonido}$$



$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{i}' \rightarrow \frac{d\vec{i}'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{i}'$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{i}'}{dt} = |\vec{i}'| \frac{d\theta}{dt} = |\vec{i}'| \omega$$

NORMAL

COORDENADAS CARTESIANAS

$$\vec{v}_{p-o'} = \frac{d(x' \hat{i}' + y' \hat{j}')}{dt} = \frac{dx'}{dt} \hat{i}' + \frac{dy'}{dt} \hat{j}' + x' \frac{d\hat{i}'}{dt} + y' \frac{d\hat{j}'}{dt}$$

$$= \underbrace{v'_x \hat{i}' + v'_y \hat{j}'}_{\vec{v}_{p-o'} \text{ rel}} + \underbrace{x' \vec{\omega} \times \hat{i}' + y' \vec{\omega} \times \hat{j}'}_{\vec{\omega} \times (x' \hat{i}' + y' \hat{j}')} \quad \frac{d\hat{i}'}{dt} = \vec{\omega} \times \hat{i}'$$

$$\vec{v}_{p-o} = \vec{v}_{p-o'} / \text{rel} + \vec{\omega} \times \vec{r}'_{p-o'} + \vec{v}_{o'-o}$$

arrastru / $\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \hat{k} = \omega \hat{k}$

$$\vec{a}_{p-o} = \vec{a}_{p-o'} / \text{rel} + \vec{\omega} \times \vec{r}'_{p-o'} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}'_{p-o'}}{dt}$$

en este caso $\vec{a}_{o'-o}$

no coriolis $\vec{\omega} \times \vec{r}'_{p-o'}$ $\vec{\omega} \times \vec{v}'_{p-o'}$ \rightarrow más arrastru

MOVIMIENTO CIRCULAR.

$$v = \Omega \cdot R$$

↳ velocidad angular $\rightarrow \Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

derivando respecto al tiempo

↳ Aceleración angular

$$\gamma = \frac{d\Omega}{dt}$$

MOVIMIENTO RELATIVO

El problema va a ser correlacionar las observaciones de 2 observadores que se pueden encontrar moviéndose uno respecto del otro.

Correlacionar significa conocer la forma en que están relacionadas las observaciones del movimiento de un móvil realizadas por diferentes observadores.

~~XXXXXXXXXX~~

Dinámica Clásica =
Observador \rightarrow inercial $\rightarrow \bar{v} = \text{cte}$

INTERACCIONES \rightarrow acción y reacción \rightarrow par de fuerzas $\rightarrow \bar{F}_{AB} = -\bar{F}_{BA}$

PRINCIPIO DE MASA $\rightarrow \Sigma F = \frac{d\bar{p}}{dt}$ $\bar{p} = m \cdot \bar{v}$
 $\nearrow m = \text{cte} \rightarrow$ se anula
 $= \frac{d(m \cdot \bar{v})}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot \bar{v} + m \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} = m \cdot \bar{a}$