Sistemas de partículas

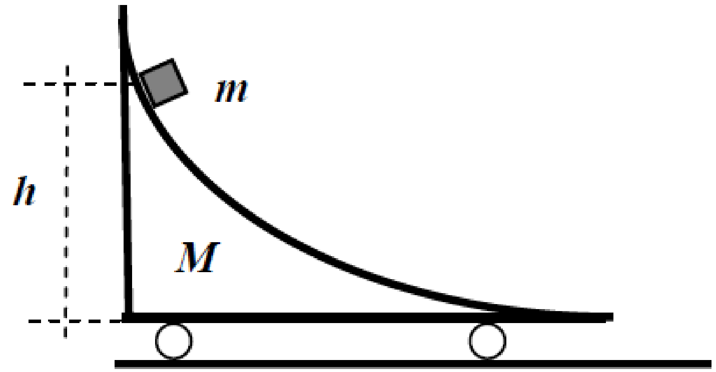
Caída de bloque en rampa

18. Un bloque de masa *m* se desliza sin rozamiento por la superficie curva de la rampa que se muestra en la figura. La rampa, de masa M, está colocada sobre una mesa horizontal, tal que el rozamiento entre la mesa y la rampa es despreciable. Discutir si se conserva la energía mecánica y por qué.

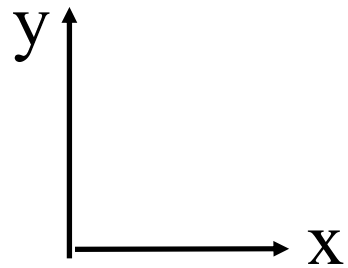
a) Si el bloque comienza a deslizar desde una altura h, respecto a la base de la rampa, demostrar que en el instante que el bloque toma la posición horizontal (o sea, sale de la rampa tangente a esta), el módulo de la velocidad de la rampa es $v = \sqrt{\dfrac{2m^2 gh}{M(m+M)}}$

b) ¿Cuál es el módulo de la velocidad del bloque en ese instan

c) Analizar el trabajo que la normal (rampa/bloque) hace sol respuesta. En caso de concluir que no es cero, halle la expres datos.

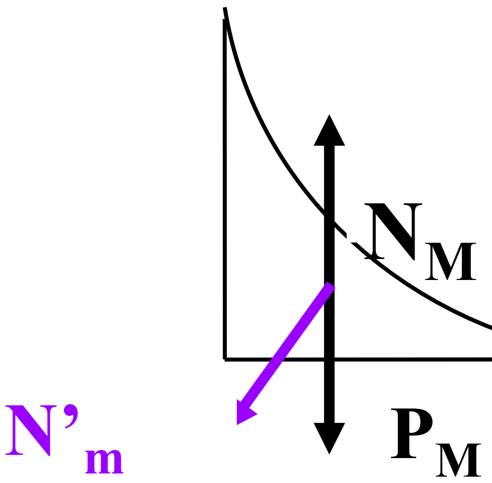


a) Calcular la $\bar{v}_R$

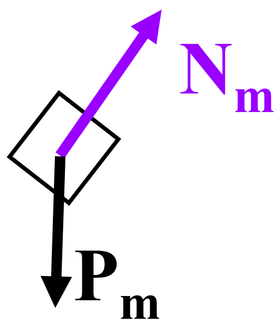


- Sistema: Bloque (m) + Rampa (M)

DCL de la Rampa



DCL del bloque



- Fuerzas internas

a)

- En el eje x no hay fuerzas externas. Entonces se conserva la cantidad de movimiento lineal en ese eje.

$$P_{0x} = P_{1x}$$

$$Mv_{R0x} + mv_{B0x} = Mv_{R1x} + mv_{B1x}$$

$$0 = Mv_R + mv_B$$

$$v_B = -\frac{M}{m} v_R$$

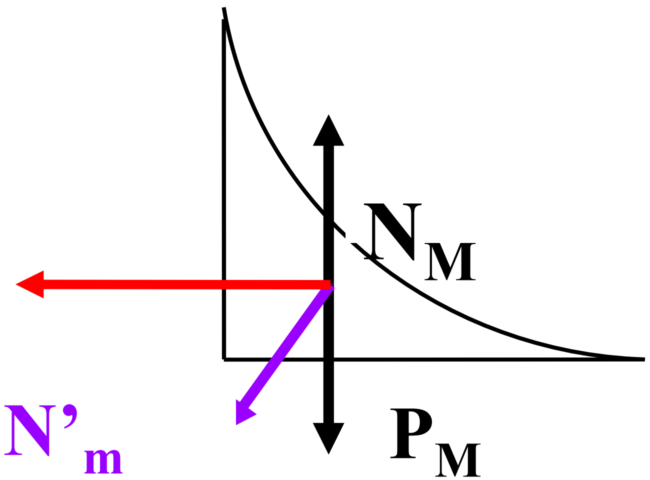
- ¿Se conserva la cantidad de movimiento en el eje y? No (2)

a)

- Se analiza la variación de energía mecánica del sistema

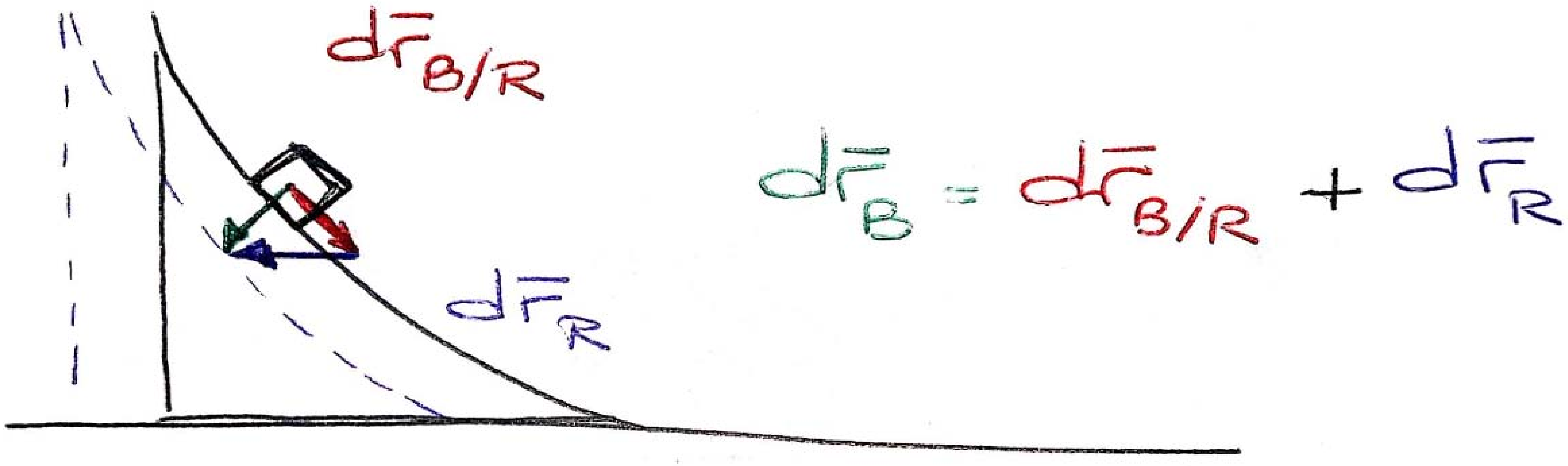
$$\Delta E_{MEC} = W_{FNC} = \cancel{W_{N_M}} + \overbrace{W_{N'_m}}^{\text{Es positivo}} + \overbrace{W_{N_m}}^{\text{¿?}}$$

=0 porque la fuerza es perpendicular al desplazamiento de la rampa



a)

- ¿Por qué es negativo el trabajo de la normal sobre el bloque?



a)

- Escribimos el trabajo de N´m

$$W_{N'_m} = \int \overline{N'}_m \cdot d\overline{r_R}$$

- Y el trabajo de Nm

$$W_{N_m} = \int \overline{N}_m \cdot d\overline{r_B}$$

a)

- Por pares de interacción:

$$\overline{-N'}_m = \bar{N}_m$$

- Por relatividad del movimiento:

$$d\overline{r_{B/0}} = d\overline{r_{B/R}} + d\overline{r_{R/0}}$$

$$d\overline{r_B} = d\overline{r_{B/R}} + d\overline{r_R}$$

a)

- Reemplazo en el trabajo de N´m

$$W_{N_m} = \int \bar{N}_m \cdot d\bar{r}_B = \int \left(-\overline{N'}_m\right) \cdot \left(d\overline{r_{B/R}} + d\bar{r}_R\right)$$

$$W_{N_m} = \cancel{\int \left(-\overline{N'}_m\right) \cdot d\overline{r_{B/R}}} + \int \left(-\overline{N'}_m\right) \cdot d\bar{r}_R = -\int \bar{N}'_m \cdot d\bar{r}_R = -W_{N'_m}$$

=0 porque la fuerza es perpendicular al desplazamiento relativo del bloque respecto de la rampa

- Entonces la variación de energía mecánica es nula

a)

- Variación de energía mecánica del sistema

=0 porque la fuerza es perpendicular al desplazamiento de la rampa

$$\Delta E_{MEC} = W_{FNC} = \cancel{W}_{N_M} + \underbrace{W_{N'_m} + W_{N_m}}_{\text{Se anulan}}$$

$$E_{m0} = E_{m1}$$

Se define Ep=0 en el punto más bajo de la rampa

$$mgH + \cancel{Mgd} = \frac{M}{2}v_R^2 + \frac{m}{2}v_B^2 + \cancel{Mgd}$$

a)

- De la conservación de cantidad de movimiento lineal en el eje x

$$v_B = \frac{M}{m} v_R$$

- De la conservación de la energía mecánica

$$mgH = \frac{M}{2} v_R^2 + \frac{m}{2} v_B^2$$

- Reemplazo

$$mgH = \frac{M}{2} v_R^2 + \frac{m}{2} \left(\frac{M}{m} v_R\right)^2 = \frac{(Mm + M^2)}{2m} v_R^2$$

$$|v_R| = \sqrt{\frac{2m^2}{(Mm + M^2)} gH} \quad \rightarrow \quad \bar{v}_R = -\sqrt{\frac{2m^2}{M(m + M)} gH} \breve{\imath}$$

b) Calcular la $\bar{v}_B$

- Considerando la relación obtenida por la conservación de la cantidad de movimiento lineal en el eje x

$$v_B = -\frac{M}{m} v_R = \frac{M}{m}\sqrt{\frac{2m^2}{M(m+M)} gH}$$

$$\bar{v}_B = \sqrt{\frac{2M}{(m+M)} gH\breve{\imath}}$$

c) Calcular el trabajo W_{N_m}

- Si analizamos sólo al bloque $\Delta E_{MEC}^{Bloque} = W_{N_m}$

$$\frac{m}{2} v_B^2 - mgH = W_{N_m}$$

$$\frac{m}{2} v_B^2 - mgH = W_{N_m}$$

$$\frac{m}{2}\left(\frac{M}{m}\sqrt{\frac{2m^2}{M(m+M)}gH}\right)^2 - mgH = W_{N_m}$$

$$-\frac{m^2}{(m+M)}gH = W_{N_m}$$