2021q1

Trabajo de una fuerza

Definiciones y ejemplos

FACULTAD DE INGENIERIA Universidad de Buenos Aires

FIUBA [Física I] – Presentación

Curso 4

Experiencia práctica

Cuando modificamos el movimiento…

Levantamos un cuerpo 1 metro
Trasladamos un objeto por el piso

estamos…

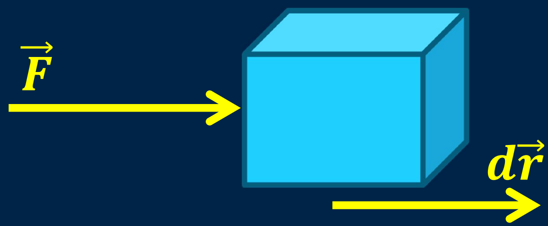
Aplicando alguna fuerza $\vec{F}$
La fuerza causa movimiento $\overrightarrow{dr}$

LA FUERZA HIZO TRABAJO

Trabajo hecho por una fuerza constante

6.1 Estos hombres realizan trabajo conforme empujan sobre el vehículo averiado, porque ejercen una fuerza sobre el auto al moverlo.

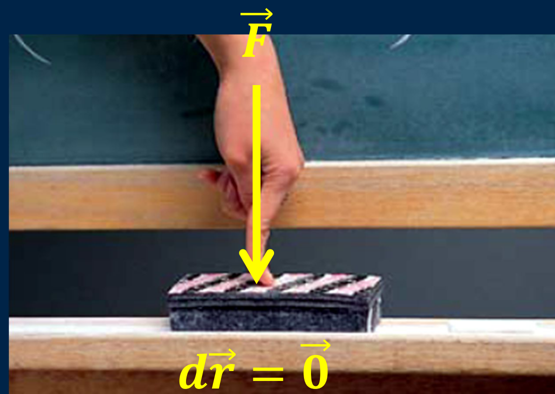
Sears p.182



$\theta = 0$

Trabajo hecho por una fuerza constante

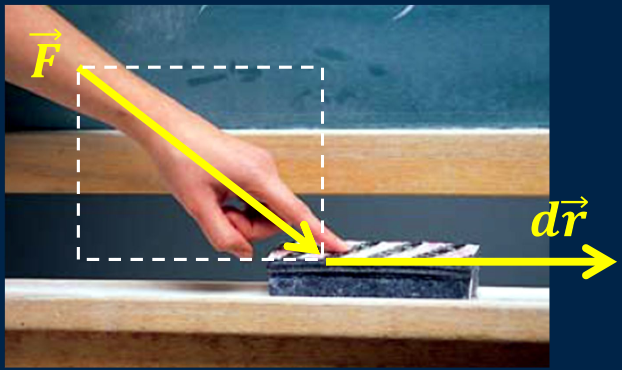
Serway p.165



$\theta = 90°$

Trabajo hecho por una fuerza constante

Serway p.165



$\theta < 90°$

Definición

Diferencial de trabajo (componente horizontal)

$$dW = \vec{F} \, . \, \overrightarrow{dr} = |\vec{F}| \, |d\vec{r}| \cos\theta$$

Trabajo hecho por una fuerza a un cuerpo al trasladarse A → B : sumatoria de todos los dW

$$W_F^{\,A,B} = \int_A^B \vec{F} \, . \, \overrightarrow{dr}$$

La magnitud trabajo

El trabajo es una magnitud ESCALAR (es el resultado de una integral, y dentro de la integral hay un número, resultado de un producto escalar)

[W] = [F] [dr] = N . m = Joule

Joule es un apellido, no se castellaniza (ej no se dice “Julio”), tampoco se escribe con minúscula (no se escribe “j” en todo caso “J” mayúscula)

Revisando libros

8.2 Trabajo

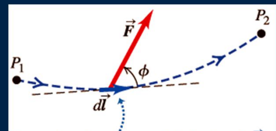
Consideremos una partícula A que se mueve a lo largo de una curva C bajo la acción de una fuerza $\boldsymbol{F}$ (Fig. 8-1). En un tiempo muy corto dt la partícula se mueve de A a A', siendo el desplazamiento $\overrightarrow{AA'} = d\boldsymbol{r}$. El *trabajo* efectuado por la fuerza $\boldsymbol{F}$ durante tal desplazamiento se define por el producto escalar

$$dW = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}. \qquad (8.2)$$

Alonso p.203

Trabajo efectuado por una fuerza variable o en una trayectoria curva: Si la fuerza varía durante un desplazamiento rectilíneo, el trabajo que realiza está dado por una integral [ecuación (6.7)]. (Véanse los ejemplos 6.6 y 6.7.) Si la partícula tiene una trayectoria curva, el trabajo efectuado por una fuerza $\vec{F}$ está dado por una integral en la que interviene el ángulo ϕ entre la fuerza y el desplazamiento. Esta expresión es válida aun cuando la magnitud de la fuerza y el ángulo ϕ varían durante el desplazamiento. (Véanse los ejemplos 6.8 y 6.9.)

Sears p.202



En un desplazamiento infinitesimal $d\vec{l}$, la fuerza $\vec{F}$ realiza trabajo dW sobre la partícula:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cos\phi \, dl$$

Sears p.197

Para el caso general de una fuerza neta $\Sigma \vec{\mathbf{F}}$ cuya magnitud y dirección puede variar, se aplica el producto escalar,

$$\sum W = W_{\text{neto}} = \int \left(\sum \vec{\mathbf{F}}\right) \cdot d\vec{\mathbf{r}} \qquad (7.8)$$

Serway p.170

La ec. (8.2) da el trabajo para un desplazamiento infinitesimal. El trabajo total sobre la partícula cuando ésta se mueve de A a B (Fig. 8-3) es la suma de todos los trabajos infinitesimales efectuados en los sucesivos desplazamientos infinitesimales. Esto es,

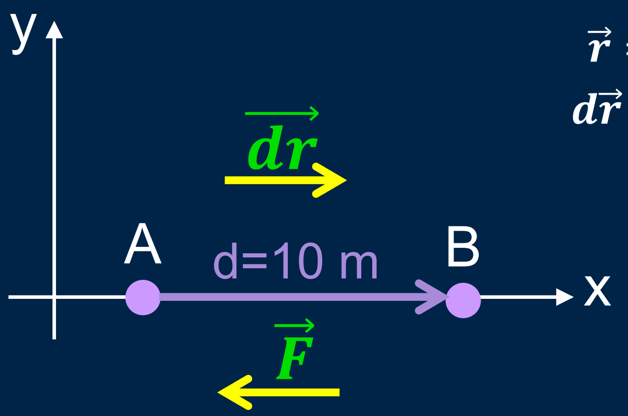
$$W = \boldsymbol{F}_1 \cdot d\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{F}_2 \cdot d\boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{F}_3 \cdot d\boldsymbol{r}_3 + \ldots$$

o sea

$$W = \int_A^B \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_A^B F_T \, ds. \qquad (8.5)^*$$

Alonso p.204

Ejemplo 1



$$\vec{r} = x\,\check{\imath} + y\,\check{\jmath} + z\,\check{k}$$
$$d\vec{r} = dx\,\check{\imath} + dy\,\check{\jmath} + dz\,\check{k}$$

$$\vec{F} = |\vec{F}|\,(-\check{\imath})$$
$$d\vec{r} = dx\,\check{\imath}$$
$$\theta = 180°$$

Ejemplo 1

$$W_F{}^{A,B} = \int_{x_A}^{x_B} -|\vec{F}|\,\underbrace{\boxed{\check{\imath}\,.\,\check{\imath}}}_{=1}\,dx = -|\vec{F}|\int_{x_A}^{x_B} dx$$
$$= -|\vec{F}|(x_B - x_A) = \boxed{-|\vec{F}|\,d} \quad \theta = 180°$$

y daría positivo si → $\boxed{|\vec{F}|\,d}$ $\theta = 0$

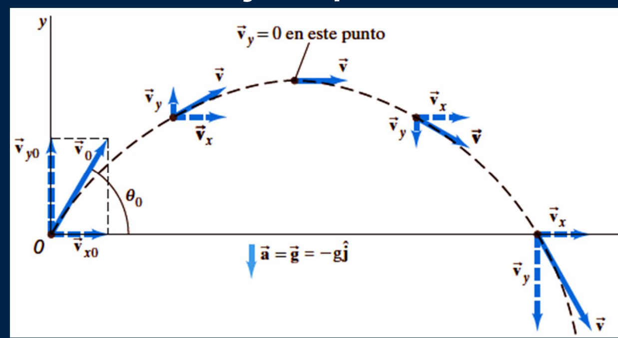
Ejemplo 2

Giancoli p.88

Desde la <u>experiencia humana</u> (sin saber física): el auto frena
Desde la <u>cinemática</u>: el auto tiene un MRUV
Desde la <u>dinámica</u>: la causa del MRUV es una fuerza
Desde <u>TyE</u>: la fuerza le realiza un trabajo al auto

Ejemplo 3

Giancoli p.63



TIRO OBLICUO

Desde la <u>cinemática</u>: el proyectil tiene un movim. curvilíneo
Desde la <u>dinámica</u>: la causa (luego del disparo) es el peso
Desde <u>TyE</u>: el peso le realiza un trabajo al proyectil

Resumen de casos

Signos del trabajo

1) ≃para mismo lado:

$0 < \theta < 90°$ **+**

2) ≃para lado contrario:

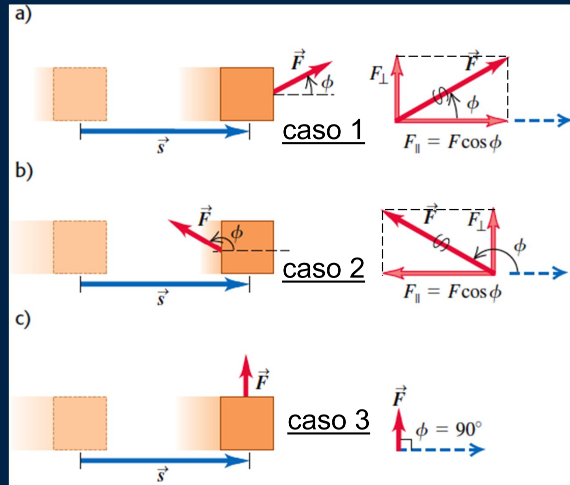
$\theta > 90°$ **−**

3) perpendiculares:

$\theta = 90°$ **0**

Revisando libros

Sears p.184



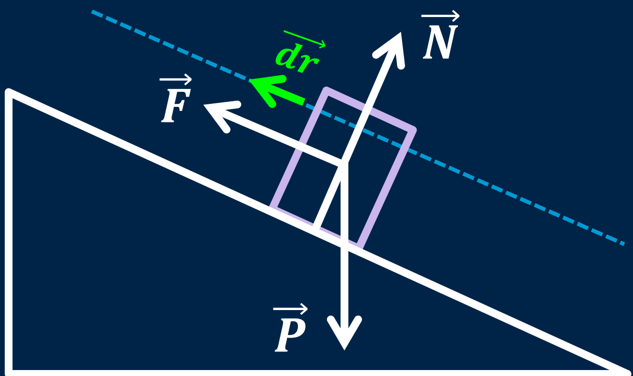
$W_{\vec{F}_\perp} = 0$

$W_{\vec{F}_\parallel} > 0$

$W_{\vec{F}_\perp} = 0$

$W_{\vec{F}_\parallel} < 0$

Reviendo casos



Indicar el signo del trabajo de cada una de las fuerzas dibujadas, si el cuerpo se mueve como indica dr

Ejemplos de trabajo por definición

Cómo hacer los ejercicios

$$W_F^{\,A,B} = \int_A^B \vec{F} \cdot \overrightarrow{dr}$$ Trabajo de F sobre un cuerpo

5 integral

4 producto escalar

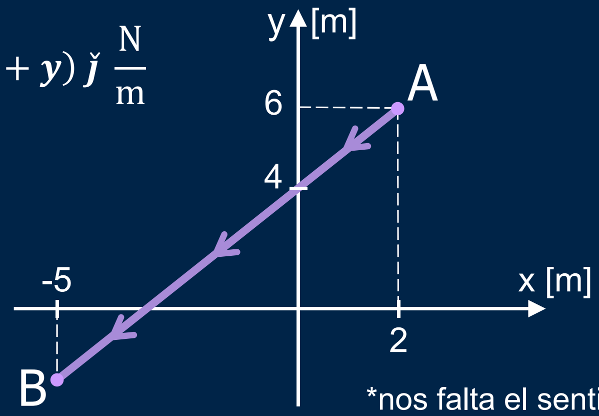
3 $d\vec{r} = dx\,\check{\imath} + dy\,\check{\jmath} + dz\,\check{k}$

2 $\vec{r} = x\,\check{\imath} + y\,\check{\jmath} + z\,\check{k}$

1 parametrizar trayectoria

Ejemplo 4: calcular W_F para A → B

$$\vec{F} = (2x + y)\,\check{\jmath}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$



$m = \frac{2}{2} = 1$

$b = 4$

$y = x + 4$

Recta matemática

nos falta el sentido del movimiento

1 – parametrizar

a) Igualar el parámetro a una de las coordenadas:

λ = x ó λ = y

b) Parámetro creciente λ ϵ [λ_{INIC} ; λ_{FINAL}], o invertir signo

c) <u>Opcional</u>: ajustar parámetro para empezar en cero

1 – parametrizar

$y = x + 4$ $\lambda = 0\ en\ A \ \wedge\ \lambda\ creciente\ hacia\ B$

$x = 2$ $x = -5$

$y = 6$ $y = -1$

$x = -\lambda + 2$

$y = (-\lambda + 2) + 4 = -\lambda + 6$

$\lambda = 7$

Ya tenemos ahora el sentido del movimiento

2 – vector posición

Es construír la posición usando las ecuaciones paramétricas

$$\vec{r}(\lambda) = (-\lambda + 2)\ \check{\imath} + (-\lambda + 6)\ \check{\jmath}$$

3 – diferencial de desplazamiento

Hacer la diferencial al vector posición:

$$\vec{r}(\lambda) = (-\lambda + 2)\ \check{\imath} + (-\lambda + 6)\ \check{\jmath}$$

$$d\vec{r}(\lambda) = -\ d\lambda\ \check{\imath} - d\lambda\ \check{\jmath}$$

4 y 5 – producto escalar e integral

$$W_F{}^{A,B} = \int_A^B \vec{F}\ .\ \overrightarrow{dr} = \int_A^B (2x + y)\ \check{\jmath}\ .\ (-d\lambda\ \check{\imath} - d\lambda\ \check{\jmath})$$

$$W_F{}^{A,B} = \int_A^B [2\ \boxed{(-\lambda + 2)} + \boxed{(-\lambda + 6)}]\ \check{\jmath}\ .\ (-d\lambda\ \check{\imath} - d\lambda\ \check{\jmath})$$

$$W_F{}^{A,B} = -\int_A^B (-3\lambda + 10)\underbrace{\boxed{\check{\jmath}.\check{\imath}}}_{=0}\, d\lambda - \int_A^B (-3\lambda + 10)\underbrace{\boxed{\check{\jmath}.\check{\jmath}}}_{=1}\, d\lambda$$

4 y 5 – producto escalar e integral

$$W_F{}^{A,B} = -\int_{\lambda=0}^{\lambda=7} (-3\lambda + 10)\ d\lambda = \frac{7}{2}\ Joule$$

<u>Conceptual</u>: ¿cuál será el signo del trabajo de F entre A y la intersección con el eje y (ordenada al origen)?

Expresión alternativa del trabajo

$$W_F^{\,A,B} = \int_A^B \vec{F} \,.\, \overrightarrow{dr}$$ Trabajo de F sobre un cuerpo

Recordando que:

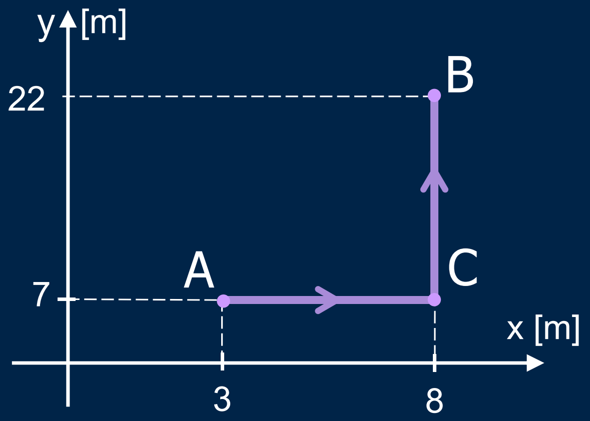
$$\vec{a} \,.\, \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\, \cos\theta = a_x\, b_x + a_y\, b_y$$

Expresión alternativa del trabajo

$$W_F^{\,A,B} = \int_A^B F_x \; dx + \int_A^B F_y \; dy$$

Y esto permite trabajar con dos integrales escalares directamente (esto si el movimiento es en el plano, en el espacio serían tres integrales F_z dz)

Ejemplo 5: calcular W_F para A→C→B

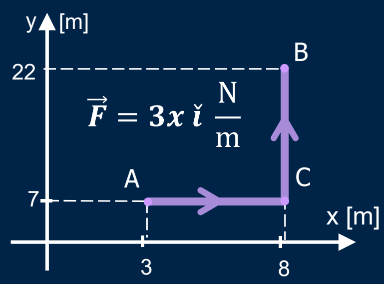


$$\vec{F} = 3x\,\check{\imath}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

$$A \rightarrow C:\ \ d\vec{r} = dx\,\check{\imath}$$

$$C \rightarrow B:\ \ d\vec{r} = dy\,\check{\jmath}$$

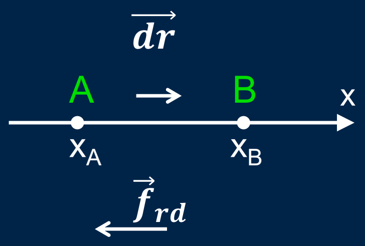
Ejemplo 5: calcular W_F para A→C→B



$$W_F^{\,A,B} = \int_A^C \vec{F} \,.\, \overrightarrow{dr} + \int_C^B \vec{F} \,.\, \overrightarrow{dr}$$

$$= \int_3^8 3x\,\check{\imath}.\check{\imath}\; dx + \int_7^{22} 3x\,\check{\imath}.\check{\jmath}\; dy = 3\int_3^8 x\, dx = 82{,}5\ Joule$$

Ejemplo 6: se mueve a derecha



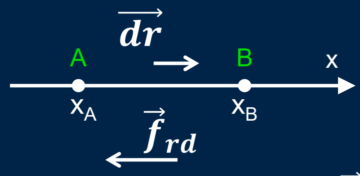
$m = 2\ kg$

$\mu_d = 0,25$

$x_A = -3\ m$

$x_B = 7\ m$

Ejemplo 6: se mueve a derecha



$$W_{frd}{}^{A,B} = \int_A^B \vec{f}_{rd} \cdot \overrightarrow{dr}$$

$$\vec{f}_{rd} = -f_{rd}\,\check{\imath} = -\mu_d\ m\,g\,\check{\imath} \qquad \overrightarrow{dr} = \check{\imath}\,dx$$

$$= \int_{x_A}^{x_B} -f_{rd}\,\check{\imath} \,.\, \check{\imath}\,dx = \int_{-3\,m}^{7\,m} -\underbrace{\boxed{\mu_d\,m\,g}}_{=\,5N}\,dx = -5N \int_{-3\,m}^{7\,m} dx = -50J$$

Más problemas → PDF aula virtual

Trabajo por definición

$$W_F^{A,B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Problemas con fuerza conocida en cada punto del espacio

Para los siguientes problemas **(1-5)**, donde una partícula se mueve desde A hasta B, calcular, por definición, el trabajo que la fuerza $\vec{F}$ le realiza a la partícula a lo largo de la trayectoria AB indicada, usando un parámetro creciente: t ϵ [t_A,t_B].

1) $\vec{F} = 3x\,\check{\imath}\,\frac{N}{m}$

a) La partícula recorre la trayectoria siguiente A → B: