Movimiento Armónico Simple

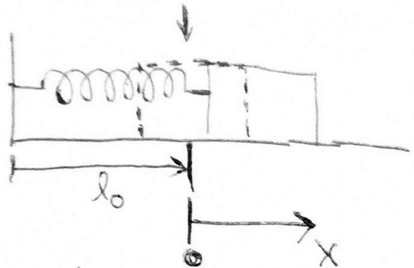
Ejemplos de mov. oscilatorio:

- Péndulo de un reloj al oscilar
- Cuerda de una guitarra al vibrar
- Vibración de los átomos en el cristal de cuarzo de un reloj
- Vibración de las moléculas de aire que transmiten las ondas sonoras

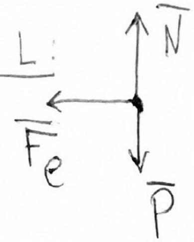
M.A.S.:

Oscilador Armónico Simple

REPASO:



.DCL:



$$\vec{F}_e = -k\vec{x}$$

$$|\vec{F}_e| = k|x|$$

.2da ley de Newton: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

(x) $-F_e = m a_x$ $\qquad x(t) = ?$

$$-kx = m a_x$$

$$-\frac{k}{m}x = \cancel{m}\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$0 = \cancel{m}\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x$$

Ec. dif de 2do Orden hom.

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Posición $\boxed{x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)}$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\quad \left[\frac{N}{m \cdot kg} = \frac{kg\, m}{s^2\, m\, kg}\right] = \frac{1}{s^2}$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Ec. dif.

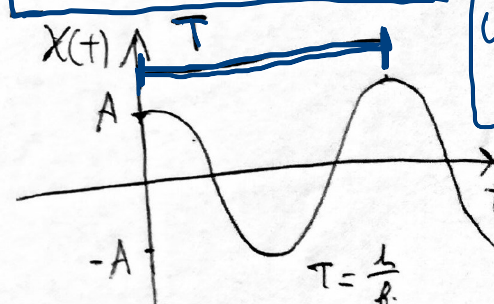
$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$$

pulsación

Sol.

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)}$$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \rightarrow$$



$T = \frac{1}{f}$

$f = \frac{1}{T}$

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

$[T] = [s]$

$$V(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \boxed{-A\omega \,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0)} ; \quad X(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\boxed{a(t) = -\omega^2 \underbrace{A\cos(\omega t + \varphi_0)}_{X(t)}}$$

- Relación entre $a(t)$ y $x(t)$:

$$\boxed{a(t) = -\omega^2 . X(t)}$$

- Relación entre $V(t)$ y $X(t)$:

$$\boxed{\mathrm{sen}^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1}$$

- $(X(t).\omega)^2 + (V(t))^2 =$

$$A^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0) + A^2\omega^2\mathrm{sen}^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$A^2\omega^2 \underbrace{\left[\cos^2(\omega t + \varphi_0) + \mathrm{sen}^2(\omega t + \varphi_0)\right]}_{1}$$

$$\Rightarrow (X_{(t)}\omega)^2 + V_{(t)}^2 = A^2\omega^2$$

$$V_{(t)}^2 = A^2\omega^2 - X_{(t)}^2\omega^2$$

$$V_{(t)} = \sqrt{\omega^2(A^2 - X_{(t)}^2)}$$

$$\boxed{V_{(t)} = \pm\,\omega\sqrt{A^2 - X_{(t)}^2}}$$

23. El movimiento del pistón de un motor de un automóvil es aproximadamente un MAS.

a. Si la carrera de un motor (el doble de su amplitud) es de 0,1 m y el motor trabaja a 2500 rpm, calcular la aceleración del pistón en el extremo de la carrera.

b. Si el pistón tiene una masa de 0,35 kg ¿qué fuerza neta debe ejercerse sobre él en ese punto?

c. ¿Qué velocidad tiene el pistón, en m/s, en el punto medio de su carrera?

d. Repetir los ítems -b- y -c- con el motor trabajando a 5000 rpm.

frec. angular

$$\omega = 2\pi \cdot \underbrace{f}_{\text{frecuencia}}$$

(a) $2 \cdot A = 0{,}1\,m$; $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$

$a(t) = ?$

(Resoluciones en la siguiente página)

(23) $X(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

(a) $\vec{a}(t) = ?$; $A = 0{,}05\,m$; $f = 2500\,rpm$

$$\omega = 2500 \cdot \frac{2\pi}{60\,s}$$

$$\boxed{\omega = 261{,}8\,\frac{rad}{s}}$$

• $\boxed{a(t) = -\omega^2\, X(t)}$

$$= -\left(261{,}8\,\frac{rad}{s}\right)^2 \cdot 0{,}05\,m$$

$$\boxed{\vec{a} = -3426{,}95\,\frac{m}{s^2}\,\check{i}}$$

(b) $m = 0{,}35\,kg$; $\vec{F}_{Neta} = ?$

$$\vec{F}_{Neta} = m\,\vec{a} = 0{,}35\,kg \cdot \left(-3426{,}95\,\frac{m}{s^2}\right)\check{i}$$

$$= -1199{,}43\,N\,\check{i}$$

(c) $\vec{V} = ?$ / $X = 0$

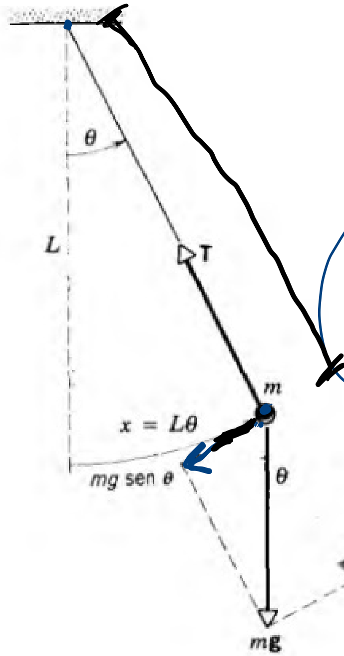
$$V(t) = \pm\omega\sqrt{A^2 - \underbrace{X^2_{(t)}}_{0}}$$

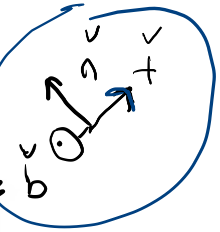
$$V(t) = \pm 261{,}8\,\frac{rad}{s} \cdot 0{,}05\,m$$

$$V(t) = \pm 13{,}09\,\frac{m}{s}\,\check{i}$$

. Aplicación de M.A.S.

– Péndulo simple





$$\frac{d^2}{dt^2}\left(S(t) = L\,\theta(t) \right)$$

$$a(t) = L\,\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

$$\hat{t})\ -\cancel{M}\cdot g\cdot \operatorname{sen}\theta = M\cdot a_t = \cancel{M}\,\boxed{L\,\frac{d^2\theta}{dt^2}}$$

$$-\frac{g}{L}\operatorname{sen}\theta = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\operatorname{sen}\theta = 0}$$

$$\boxed{\theta \ll 1} \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen}\theta \simeq \theta}$$

para ángulos pequeños

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0} \rightarrow \boxed{\theta(t) = \theta_{MAX}\cos(\omega t + \varphi_0)}$$

$$\omega^2 = \frac{g}{L} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$$

$$\bullet\ S(t) = L\,\theta(t)$$

$$V(t) = L\,\underbrace{\Omega(t)}_{\frac{d\theta(t)}{dt}}$$

Bibliografía

- R. **Resnick**, D. **Halliday**, K. Krane. Capítulo 15: Oscilaciones. "*Física, Vol. 1*", Ed. Compañía Editorial Continental, cuarta edición, 1998

- Secciones 15.2 a 15.5